

Ces exercices sont à faire avec une calculatrice, un tableur ou un logiciel adapté (par exemple : sinequanon)

Exercice 1 :

Le tableau suivant présente l'évolution du taux de chômage, en pourcentage de la population active, au Japon, entre 1950 et 1996.

Année	1950	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
Rang de l'année X_i	0	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Taux Y_i (en %)	1,2	1,6	1,6	1,2	1,1	2,0	2,6	2,1	3,1	3,4

1) Représenter le nuage de points correspondant à la série $(x_i ; y_i)$.

On choisira un repère orthogonal pour lequel : 1 cm représente 5 années sur l'axe des abscisses.

1 cm représente un taux de chômage de 0,5 % sur l'axe des ordonnées.

2) Déterminer les coordonnées de point moyen G de ce nuage. Le placer sur le graphique.

3) On prend pour droite d'ajustement affine de ce nuage la droite D passant par G et de coefficient directeur 0,04.

a) Déterminer une équation de la droite D .

b) Représenter D sur le graphique.

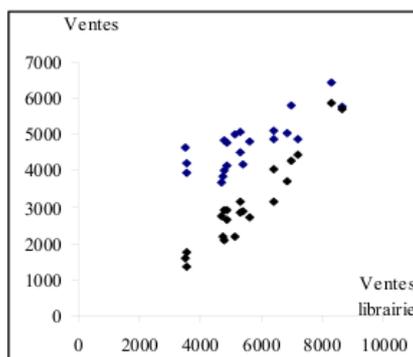
4) Répondre aux questions suivantes en utilisant l'ajustement précédent:

a) Quel est le taux de chômage prévisible pour 2005 ?

b) A partir de quelle année le taux prévisible dépassera-t-il à nouveau 3,2 % ?

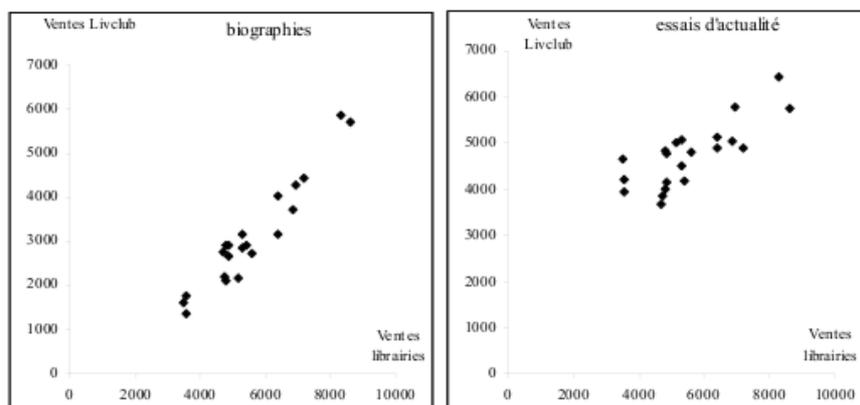
Exercice 2 :

Livclub est un organisme qui distribue des livres sur catalogues . Il ne propose jamais d'ouvrage en première parution : il faut déjà qu'un ouvrage soit en vente depuis un an en librairie avant que Livclub ne puisse l'inscrire à son catalogue. Avant de proposer un livre à la vente, Livclub connaît donc son tirage en librairie.



1) On a observé la relation suivante entre les ventes dans le circuit classique de distribution en librairie et les ventes de Livclub : Le coefficient de corrélation linéaire entre ces deux variables est $\rho = 0.659$. Que peut-on dire de la qualité de la relation ?

2) En fait, dans les ouvrages précédents, il y avait deux catégories : des essais d'actualité et des biographies historiques. Les graphiques suivants représentent la relation entre les ventes en librairies et les ventes de Livclub pour chacune de ces catégories :



Des calculs ont donné les résultats suivants :
 X = ventes en librairie et Y = ventes de Livclub

	Essais	Biographies
Moyenne de X	5 564,81	5 564,81
Moyenne de Y	4 743,76	3 105,44
Variance de X	1 935 081,01	1 935 081,01
Variance de Y	457 674,47	1 387 360,55
Covariance de X et Y	742 418,60	1 571 718,61

Calculer les coefficients de corrélation linéaire pour chacune des deux séries .

Livclub a décidé d'inscrire à son catalogue la biographie d'Attila le Hun qui s'est vendue en librairie à 6500 exemplaires . Combien d'ouvrages Livclub peut-il escompter vendre ?

Exercice 3 :

Le tableau suivant représente l'évolution du chiffre d'affaire en milliers d'euros d'une entreprise pendant dix années, entre 1995 et 2004.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année X_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chiffre d'affaires y_i	110	130	154	180	190	210	240	245	270	295

1) Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$.

On choisira un repère orthogonal ayant pour unités 1 cm en abscisses et 1 cm pour 20 milliers d'euros en ordonnée.

2) Quel est, en pourcentage, l'augmentation du chiffre d'affaires entre les années 1995 et 2004 ? (on donnera le résultat à 1 % près par excès)

3) Soit G le point moyen du nuage. Calculer les coordonnées de G et placer G sur le graphique.

4) Semble-t-il judicieux de procéder pour cette série à un ajustement affine ?

5) Calculer les indicateurs suivants : $\sigma(x)$, $\sigma(y)$ et σ_{xy} . Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série. Juger de la qualité d'une approximation linéaire de la relation entre ces deux variables .

6) Donner, en utilisant la calculatrice, l'équation de la droite D de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

7) Vérifier que G appartient à la droite D et tracer D sur le graphique.

8) En admettant que l'évolution continue au même rythme et en utilisant l'ajustement affine, quel chiffre d'affaires peut on prévoir pour l'année 2010 ?

9) On suppose qu'à partir de l'année 2004, le chiffre d'affaires progresse de 8 % par an . Quel est alors le chiffre d'affaires prévisible en 2010 ?

Exercice 4 :

Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale (en m³) utilisée par son exploitation depuis le premier jour et donne le résultat suivant :

Nombre de jours écoulés x_i	1	3	5	8	10
Volume utilisé (en m ³) y_i	2,25	4,3	8	17,5	27

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

On prendra pour unité sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 jour et sur l'axe des ordonnées 0,5 cm pour 1 m³.

1) Représenter la série $(x_i; y_i)$.

2) Semble-t-il judicieux de procéder pour cette série à un ajustement affine ?

3) Calculer les indicateurs suivants : $\sigma(x)$, $\sigma(y)$ et σ_{xy} . Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série. Juger de la qualité d'une approximation linéaire de la relation entre ces deux variables .

4) Donner l'équation de la droite Δ de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$ (a et b sont les arrondis à 10^{-2} près des valeurs lues sur la calculatrice) . Représenter la droite Δ sur le graphique.

5) Le nuage de points permet d'envisager un ajustement par la parabole P qui passe par des points $A(1; 2,25)$ et $B(10; 27)$, et qui a pour équation $y = cx^2 + d$ où c et d sont deux nombres réels .

a) Déterminer c et d et donnez l'équation de la parabole P .

b) Représenter la parabole P sur le graphique.

6) Dans cette question, on compare les deux ajustements à l'aide du tableau suivant :

x_i	1	3	5	8	10	
y_i	2,25	4,3	8	17,5	27	
$ y_i - (ax_i + b) $	2,54	0,91	2,71			Total T_1 :
$ y_i - (cx_i^2 + d) $	0	0,05	0,25			Total T_2 :

Les deux totaux calculés évaluent, pour chaque ajustement, la somme des écarts entre les ordonnées des points du nuage et les ordonnées des points de même abscisse de l'ajustement.

Donner les arrondis à 10^{-1} près des deux totaux T_1 et T_2 calculés ci-dessus.

Déduire l'ajustement qui paraît le mieux adapté.

Exercice 5 :

Le tableau suivant donne la dépense, en millions d'euros, des ménages en produits informatiques (matériels, logiciels, réparations) de 1990 à 1999 :

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépense y_i	398	451	423	501	673	956	1077	1285	1427	1490

1) a) Dessiner le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal avec, pour unités graphiques 1 cm pour un rang en abscisse, 1cm pour 200 millions d'euros en ordonnée.

b) Déterminer les coordonnées de G , point moyen de nuage. Placez le point G .

2) droite de Mayer

a) G_1 désigne le point moyen des 5 premiers points du nuage et G_2 celui des 5 derniers points.

Déterminer les coordonnées de G_1 et G_2 .

Placer ces points sur le graphique précédent et tracez la droite $(G_1 G_2)$. Le point G appartient-il à cette droite ?

b) Donnez l'équation de la droite $(G_1 G_2)$ sous la forme $y = ax + b$ (on arrondira les coefficients à 0,1 près)

c) Calculer la somme des carrés des résidus pour cet ajustement : $S_1 = \sum_{i=1}^9 (y_i - (ax_i + b))^2$

d) En utilisant cet ajustement, effectuer une prévision sur les dépenses de l'année 2005.

3) Ajustement des moindres carrés

a) Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d d'ajustement affine de y en x , sous la forme $y = mx + p$ par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 0,1 près).

b) Représenter d dans le repère précédent.

c) Calculer la somme des carrés des résidus pour cet ajustement : $S_2 = \sum_{i=1}^9 (y_i - (mx_i + p))^2$ Conclusion ?

d) En utilisant cet ajustement, effectuer une prévision sur les dépenses de l'année 2005.

4) Ajustement logarithmique

La croissance des dépenses semblant « ralentir » entre 1997 et 1999, on envisage un ajustement logarithmique entre 1994 et 1999.

On pose $t_i = \ln(x_i)$

a) Compléter le tableau suivant où t_i est arrondi est arrondi à 10^{-3}

t_i						
y_i	673	956	1077	1285	1427	1490

b) Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de y en t par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près).

c) En utilisant cet ajustement, effectuer une prévision sur les dépenses de l'année 2005.

d) Tracer la courbe d'équation $y = f(x)$, où on explicitera l'expression de f

5) Ajustement exponentiel

Si, au contraire de la question 4, on ne s'intéresse qu'aux années 1990 à 1996, la forme du nuage suggère plutôt un ajustement exponentiel.

Pour $0 \leq i \leq 6$, on pose $z_i = \ln(y_i)$

a) Compléter le tableau suivant où z_i est arrondi est arrondi à 10^{-3}

x_i	0	1	2	3	4	5	6
z_i							

b) Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près).

c) En utilisant cet ajustement, effectuer une prévision sur les dépenses de l'année 2000.

d) Tracer la courbe d'équation $z = g(x)$, où on explicitera l'expression de g