SUITES NUMÉRIQUES – feuille 1

Mode de génération d'une suite et comportement global.

Exercice 1 : ***Utilisation d'un logiciel ou de la calculatrice.***

Dans chacun des cas suivants déterminer les 10 premiers termes de la suite (u_n) , puis les termes d'indices 100 et 1000.
Représenter graphiquement ces suites (Calc, GeoGebra …) et conjecturer le sens de variations de ces suites.

a) La suite (u_n) définie par $u_n=2-3n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
b) La suite (u_n) définie par $u_n=-2n^2$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
c) La suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=3\\u_{n+1}=2u_n\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
d) La suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=-1\\u_{n+1}=u_n+2\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
e) La suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=-1\\u_{n+1}=-3u_n+2\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
f) La suite (u_n) définie par $u_n=-3(0,3)^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
g) La suite (u_n) définie par $u_n=-\frac{1}{n+1}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
h) La suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=0,9\\u_{n+1}=u_n^{\ 2}\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$

Suites arithmétiques et suites géométriques

Exercice 2 :

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=-5\\u_{n+1}=u_n+\frac{5}{2}\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
1) Calculer les 5 premiers termes de la suite.
2) Exprimer u_n en fonction de n .
3) Représenter graphiquement la suite (u_n)
4) Calculer $\sum_{i=0}^{18} u_i$

Exercice 3 :

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=7\\u_{n+1}=u_n-\frac{1}{5}\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
1) Calculer les 5 premiers termes de la suite.
2) Exprimer u_n en fonction de n .
3) Calculer $\sum_{i=10}^{20} u_i$

Exercice 4 :

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=9\\u_{n+1}=-\frac{1}{3}u_n\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
1) Calculer les 5 premiers termes de la suite.
2) Exprimer u_n en fonction de n .
3) Représenter graphiquement la suite (u_n)
4) Calculer $\sum_{i=0}^{30} u_i$

Exercice 5 :

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases}u_0=\frac{1}{3}\\u_{n+1}=4u_n\end{cases}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$
1) Calculer les 5 premiers termes de la suite.
2) Exprimer u_n en fonction de n .
3) Calculer $\sum_{i=15}^{27} u_i$

Exercice 6 :

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0=10000$ et de raison b , avec $b>0$.
1) Donner, pour tout $n\in\mathbb{N}$, l'expression de u_n en fonction de b et de n .
2) Calculer b , pour $u_4=14641$.

Exercice 7 :

Dans chacun des cas suivants, (u_n) désigne une suite arithmétique de raison a , de premier terme u_0 et $S_n=\sum_{i=0}^{n} u_i$

a) On donne $u_0=-1$ et $a=\frac{1}{4}$; calculer u_{12}
b) On donne $u_4=33$ et $u_2=15$; calculer u_0 et a .
c) On donne $u_3=5$ et $S_4=15$; calculer u_0 et a .

Exercice 8 :

Dans chacun des cas suivants, (u_n) désigne une suite géométrique de raison b , de premier terme u_0 et $S_n=\sum_{i=0}^{n} u_i$

a) On donne $u_0=2$ et $b=-3$; calculer u_3 et S_3 .
b) On donne $u_2=4$ et $u_3=6$; calculer u_4 et S_4 .

Exercice 9 :

Calculer les sommes suivantes :

a) $S=1+4+7+10+\ldots+61$
b) $S=3+9+27+\ldots+59049$

Exercice 10 :

On dispose d'un crédit de 414000 euros pour atteindre dans un désert une nappe souterraine . Le coût du forage est fixé à 1000 euros pour le premier mètre creusé, 1200 pour le deuxième, 1400 pour le troisième et ainsi de suite en augmentant de 200 euros par mètre creusé.
On pose $u_0=1000$, $u_1=1200$ …
u_n désigne donc le coût en euros du $(n+1)$*ième* mètre creusé.
1) a) Calculer u_5
b) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n , pour tout $n\in\mathbb{N}$.
c) Déduire du b) la nature de la suite (u_n) .
d) Exprimer u_n en fonction de n , pour tout $n\in\mathbb{N}$.
2) Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on désigne par S_n le coût total en euros d'un puits de n mètres.
Déterminer le coût total d'un puits de n mètres.
3) Déterminer la profondeur maximale que l'on peut atteindre avec le crédit de 414000 euros.

Exercice 11 :

En janvier 2009, une firme offrait sur le marché 2000 unités d'un nouveau produit, avec une perspective d'augmentation de cette production de 5 % par an.
On suppose que ces prévisions allaient se poursuivre.
On pose $p_0=2000$.
On note p_n la quantité offerte en janvier de l'année $(2009+n)$.
Pour 2010 , $n=1$; pour 2011 , $n=2$ …
1) Calculer p_1 , p_2 , p_3 .
2) Exprimer, pour tout $n\in\mathbb{N}$, p_{n+1} en fonction de p_n . En déduire la nature de la suite (p_n) .
3) Exprimer p_n en fonction de n .
4) Calculer la production totale prévisible entre janvier 2009 et janvier 2017.

Exercice 12 :

Une entreprise achète un robot 6800 euros . Les conditions de paiement sont les suivantes :
Les quatre remboursements notés u_0 , u_1 , u_2 et u_3 sont des termes consécutifs de la suite géométrique (u_n) de premier terme u_0 et de raison $q=0,6$.
Calculer les quatre remboursements.

Exercice 13 :

Dans une entreprise, une machine a été acheté 10000 euros.
Deux possibilités ont été envisagées pour prendre en compte l'usure et le vieillissement de la machine.
1) Première possibilité :
On estime que la machine perd 20 % de sa valeur par an . Déterminer la valeur de la machine au bout de 5 ans.
2) Deuxième possibilité :
On estime que la machine perd 2000 euros par an . Déterminer la valeur de la machine au bout de 5 ans.

Exercice 14 :

Depuis 30 ans, la population d'une ville diminue de 1 % par an. Aujourd'hui, il y a 44382 habitants . Combien y en avait-il il y a trente ans.

Limite d'une suite (géométrique)

Exercice 15 :

Conjecturer les limites des suites de l'exercice 1.

Exercice 16 :

Dans chacun des cas ci-dessous, déterminer la limite de la suite (u_n) .
a) La suite (u_n) définie par $u_n=-1\times 3^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.
b) La suite (u_n) définie par $u_n=(0,3)^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.
c) La suite (u_n) définie par $u_n=(\sqrt{2})^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.
d) La suite (u_n) définie par $u_n=-3\times(1-\sqrt{2})^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.
e) La suite (u_n) définie par $u_n=\ln(0,5)\times\left(\dfrac{1-2\pi}{2}\right)^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.
f) La suite (u_n) définie par $u_n=\dfrac{2^{n+2}}{3^{n-1}}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.
g) La suite (u_n) définie par $u_n=\dfrac{2^{n-2}}{4^{n+5}}$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.
h) La suite (u_n) définie par $u_n=0,9^{3n}\times 1,3^n$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.

Exercice 17 :

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
Variables :
entiers : n et p
réel : u et q
Début
    n prend la valeur 0
    Entrer la valeur de p
    Entrer la valeur de u
    Entrer la valeur de q
    Tant que u<10^p
    début tant que
        n prend la valeur n+1
        u prend la valeur q×u
    fin tant que
    afficher n
Fin
```

1) Que fait cet algorithme ?
2) Donner une condition suffisante pour que quelque soit la valeur du nombre entier naturel p, la boucle « tant que » de l'algorithme soit parcourue un nombre fini de fois.
3) Modifier l'algorithme pour tenir compte de cette condition.
4) On considère la suite (u_n) définie par $u_n=5\times(2,7)^n$.
Utiliser cet algorithme pour déterminer le rang à partir du quel $u_n\geqslant 10^8$

Exercice 18 :

On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0=-5$ et de raison $q=0,4$.
1) Quelle est la limite de (v_n) ?
2) Concevoir un algorithme permettant de déterminer pour un nombre entier naturel p donné, le plus petit nombre entier naturel n tel que $q^n\leqslant\dfrac{10^{-p}}{5}$
3) Comment peut-on en déduire le plus petit nombre entier naturel n tel que $|v_n|\leqslant 10^{-p}$

Exercice 19:

Dans un milieu de culture adéquat, le taux de croissance d'une population de bactéries Escherichia coli est de 700 % par heure.
On note p_0 la population initiale de bactérie et p_n la population après n heures de culture.
Expliquer pourquoi le taux de croissance ne peut se maintenir à ce niveau durant une longue période de temps.