1ère **Pique-nique n ° 3**

- Durée 1 h
- Calculatrices interdites

Barème :	**Nom :**
1) 3 pts **2)** 7,5 pts **3)** 3 pts **4)** 6,5 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 : Déterminer si le nombre dérivé de la fonction $f : x \longmapsto \sqrt{2x+1}$ en $-\dfrac{1}{2}$ existe .

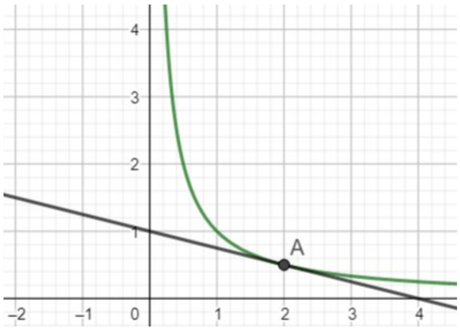
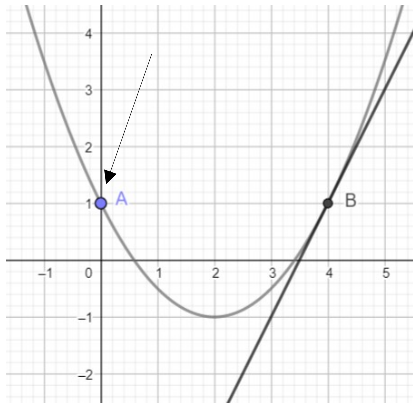
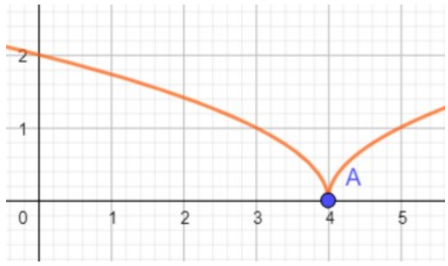
Déterminer si possible l'équation de la tangente au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.

Ex 2 : Calculs de dérivées

Dans chacun des cas, calculer la dérivée, en indiquant sur quel ensemble vos calculs sont valables.

Fonction	Ensembles où les calculs sont valables	Fonctions dérivées
1) $f : x \longmapsto (x^3-1)(2x^2-x)$		
2) $f : x \longmapsto (x+2)\sqrt{x}$ (Présenter le résultat sous la forme d'un seul quotient)		
3) $f : x \longmapsto \dfrac{x-2}{x^2-x}$		
4) $f : x \longmapsto 5\sqrt{2x+3}$		
5) $f : x \longmapsto \dfrac{\pi-5}{(\pi-7)^2}$		

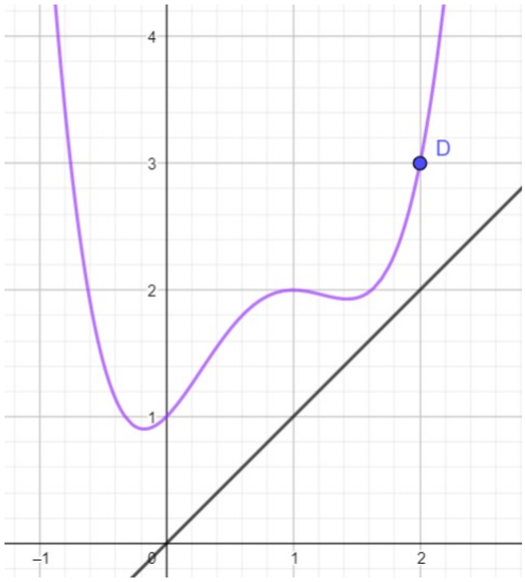
Ex 3 : Dans chacun des cas ci-dessous, on considère la courbe représentative C_f d'une fonction f, et A un point de C_f d'abscisse a. Déterminer si possible $f'(a)$.

1) $f'(a)=$	2) $f'(a)=$	3) $f'(a)=$
		

Ex 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^4-3x^3+2x^2+x+1$

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

.1) Déterminer la fonction dérivée de f.



2) a) Conjecturer le nombre de points de C_f où la tangente à C_f est parallèle à la droite d'équation $y=x$

b) Même question avec la droite d'équation $y=-x$

3) a) Déterminer par le calcul les abscisses des points de C_f où la tangente à C_f est parallèle à la droite d'équation $y=x$.

b) Tracer les tangentes obtenues.

3) Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2, puis la tracer sur le graphique.

Correction :

Ex 1 :

$$t_{-\frac{1}{2}}(h)=\frac{f\left(-\frac{1}{2}+h\right)-f\left(-\frac{1}{2}\right)}{h}=\frac{\sqrt{2\left(-\frac{1}{2}+h\right)+1}}{h}=\frac{\sqrt{2h}}{h}=\sqrt{2}\frac{\sqrt{h}}{h}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{h}}$$

$$\lim_{h\to 0} t_{-\frac{1}{2}}(h)=+\infty$$

Donc f est n'est pas dérivable en $-\frac{1}{2}$.

Il y a tout de même une tangente verticale d'équation $x=-\frac{1}{2}$

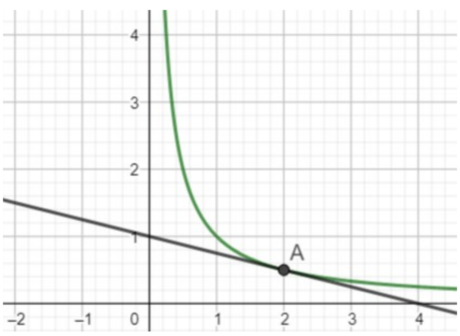
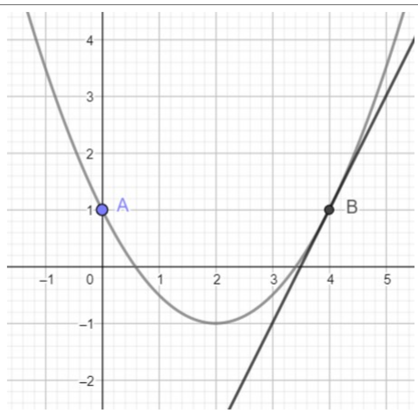
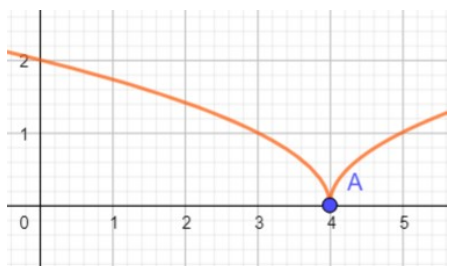
Ex 2 : Calculs de dérivées

Dans chacun des cas, calculer la dérivée, en indiquant sur quel ensemble vos calculs sont valables.

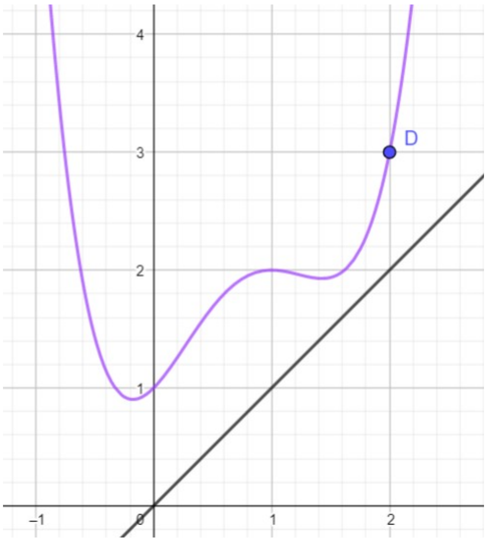
Fonction	Ensembles où les calculs sont valables	Fonctions dérivées
1) $f:x \longmapsto (x^3-1)(2x^2-x)$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=10x^4-4x^3-4x+1$
2) $f:x \longmapsto (x+2)\sqrt{x}$ (Présenter le résultat sous la forme d'un seul quotient)	$\mathbb{R}_+^*$	$f'(x)=\frac{3x+2}{2\sqrt{x}}$
3) $f:x \longmapsto \frac{x-2}{x^2-x}$	$\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$	$f'(x)=\frac{-x^2+4x-2}{(x^2-x)^2}$
4) $f:x \longmapsto 5\sqrt{2x+3}$	$\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$	$f'(x)=\frac{5}{\sqrt{2x+3}}$
5) $f:x \longmapsto \frac{\pi-5}{(\pi-7)^2}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=0$ C'est une constante !

Ex 3 : Déterminer $f'(a)$ à l'aide d'un graphique.

Dans chacun des cas ci-dessous, on considère la courbe représentative C_f d'une fonction f , et A un point de C_f d'abscisse a .
Déterminer si possible $f'(a)$.

1) $f'(a)=-\frac{1}{4}$	2) $f'(a)=$ -2	3) $f'(a)=$ n'existe pas
		

<u>Ex 4 :</u> Tangente parallèle à une droite donnée



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^4-3x^3+2x^2+x+1$
On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$
.

1) Déterminer la fonction dérivée de f .

f est une fonction polynôme, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x)=4x^3-9x^2+4x+1$

2) a) Conjecturer le nombre de points de C_f où la tangente à C_f est parallèle à la droite d'équation $y=x$

Il semble qu'il y ait trois points

b) Même question avec la droite d'équation $y=-x$

Il semble qu'il y ait un point.

3) a) Déterminer par le calcul les abscisses des points de C_f où la tangente à C_f est parallèle à la droite d'équation $y=x$.

On doit donc résoudre l'équation :

$f'(x)=1 \Leftrightarrow 4x^3-9x^2+4x+1=1 \Leftrightarrow 4x^3-9x^2+4x=0 \Leftrightarrow x(4x^2-9x+4)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $4x^2-9x+4=0$ (E)

Les solution de (E) sont …. : $x_1=\frac{9-\sqrt{17}}{8}$ et $x_2=\frac{9+\sqrt{17}}{8}$
Ainsi :

$$f'(x)=1 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=\frac{9-\sqrt{17}}{8} \text{ ou } x=\frac{9+\sqrt{17}}{8}$$

b) Tracer les tangentes obtenues.

3) Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2, puis la tracer sur le graphique.

$y=f'(2)(x-2)+f(2) \Leftrightarrow y=5(x-2)+3 \Leftrightarrow y=5x-7$