1ère **Pique-nique n ° 5**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

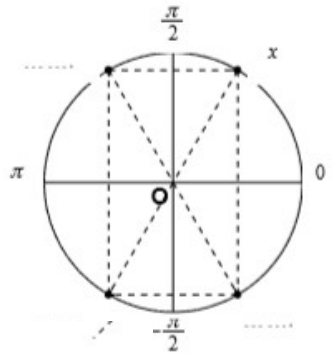
Barème :	**Nom :**
1) 3 pts **2)** 6 pts **3)** 4 pts **4)** 3 pts **5)** 4 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .* ***Répondre sur cette feuille***.

Ex 1 : Indiquer, en justifiant la réponse, si les deux réels de chaque couple ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

1) $\frac{18\pi}{5}$ et $-\frac{42\pi}{5}$	2) $\frac{-8\pi}{7}$ et $\frac{-25\pi}{14}$

Ex 2 : 1) a) Compléter les pointillés avec : $\pi+x$, $\pi-x$ et $-x$

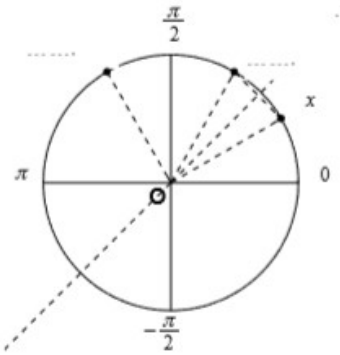


b) En utilisant les propriétés des symétries, en déduire :

$\cos(\pi+x)=$ $\cos(\pi-x)=$

$\sin(\pi+x)=$ $\sin(\pi-x)=$

2) a) Compléter les pointillés avec : $\frac{\pi}{2}-x$ et $\frac{\pi}{2}+x$



b) En utilisant les propriétés des symétries, en déduire :

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=$

3) Simplifier les expressions suivantes :

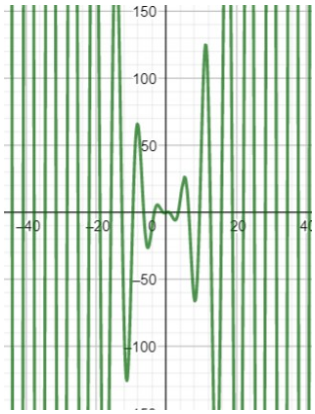
a) $A=\cos(x-3\pi)+2\cos(\pi-x)-6\cos(-x)$	b) $B=-\cos(\pi-x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sin\left(\frac{-17\pi}{2}-x\right)$

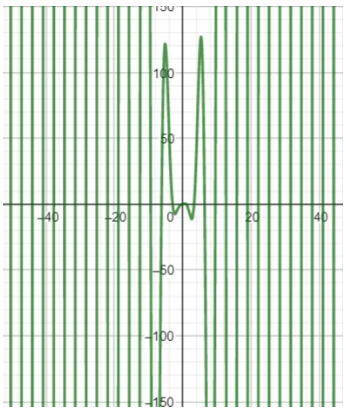
Ex 3 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^2\sin(x)+x\cos(x)$

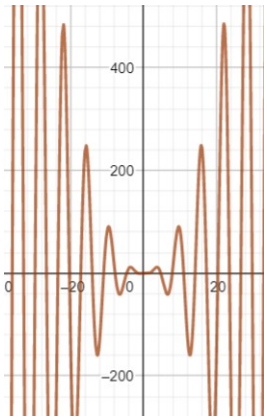
1) Étudier la parité de f .

2) Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de f dans un repère ?

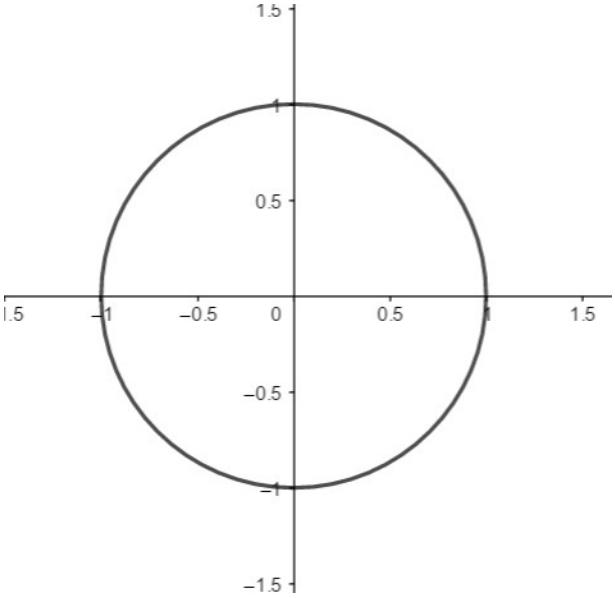
3) Parmi les courbes ci-dessous indiquer celle représentant f .







4) Conjecturer la périodicité de f .



<u>Ex 4 :</u> Placer sur le cercle trigonométrique les points ci-dessous correspondants, après enroulement autour du cercle trigonométrique, aux abscisses suivantes de la droite numérique :

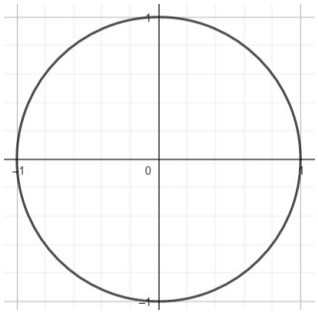
<u>A faire à la règle non graduée et au compas.</u>

points	A	B	C	D	E	F
abscisses	$\frac{-21\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{8\pi}{3}$	-33π	$\frac{-7\pi}{4}$

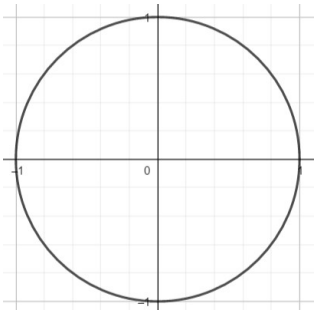
<u>Ex 5 :</u>

Dans chacun des cas suivants, représenter sur le cercle trigonométrique, l'ensemble de tous les points associés à α , puis utiliser la représentation pour résoudre l'inéquation proposée dans l'intervalle donné.

1) $\sin(\alpha) < -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\alpha \in]-\pi ; \pi]$



2) $\sin(\alpha) \geqslant -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\alpha \in [0 ; 2\pi[$



Correction :

Ex 1 : Indiquer, en justifiant la réponse, si les deux réels de chaque couple ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

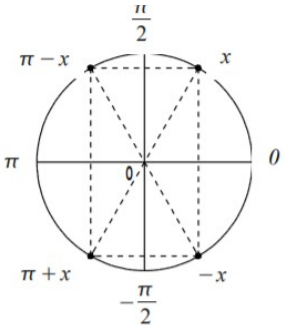
1) $\frac{18\pi}{5}$ et $-\frac{42\pi}{5}$ $\frac{18\pi}{5}-\left(-\frac{42\pi}{5}\right)=\frac{60\pi}{5}=12\pi=6\times 2\pi$: oui	2) $\frac{-8\pi}{7}$ et $\frac{-25\pi}{14}$ $\frac{-16\pi}{14}+\frac{25\pi}{14}=\frac{9\pi}{14}$:NON

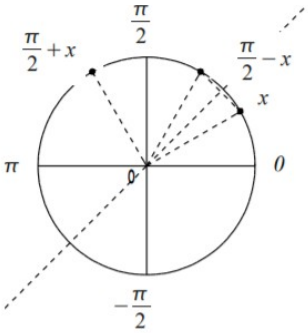
Ex 2 :

1) b)

$\cos(\pi+x)=-\cos x$ $\qquad$ $\cos(\pi-x)=-\cos x$

$\sin(\pi+x)=-\sin x$ $\qquad$ $\sin(\pi-x)=\sin x$





2) b) En utilisant les propriétés des symétries, en déduire

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$

3) a)
$$\begin{aligned}A&=\cos(x-3\pi)+2\cos(\pi-x)-6\cos(-x)\\&=\cos(\pi-x)-2\cos(x)-6\cos(x)\\&=-\cos(x)-2\cos(x)-6\cos(x)\\&=-9\cos(x)\end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned}B&=-\cos(\pi-x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sin\left(\frac{-17\pi}{2}-x\right)\\&=\cos(x)-\cos(x)+\sin\left(\frac{17\pi}{2}+x\right)\\&=\cos(x)-\cos(x)+\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\\&=\cos(x)-\cos(x)+\cos(x)\\&=\cos(x)\end{aligned}$$

Ex 3 :

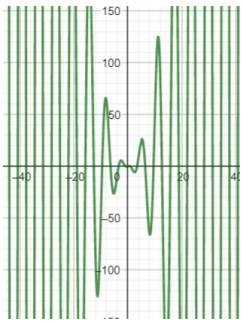
1) Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a : $\qquad f(x)=-x^2\sin(x)+x\cos(x)$

$$f(-x)=-(-x)^2\sin(-x)+(-x)\cos(-x)=-x^2(-\sin(x))-x\cos(x)=x^2\sin(x)-x\cos(x)=-f(x)$$

La fonction f est donc impaire.

2) La courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'origine du repère

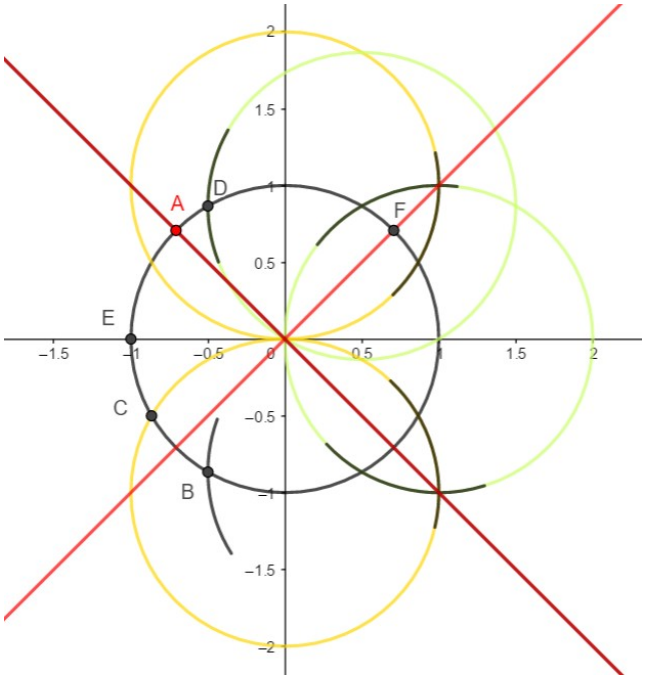
3)



4) La fonction est clairement non périodique.

Ex 4 : Placer sur le cercle trigonométrique les points ci-dessous correspondants, après enroulement autour du cercle trigonométrique, aux abscisses suivantes de la droite numérique :

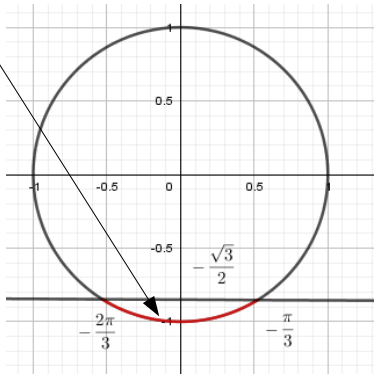
points	A	B	C	D	E	F
abscisses	$\frac{-21\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{8\pi}{3}$	-33π	$\frac{-7\pi}{4}$

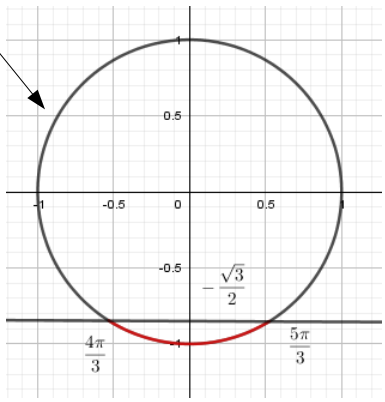


Ex 5 :

1) Pour $\alpha \in]-\pi\,;\pi]$, on a :

$$\sin(\alpha) < -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \in \left]\frac{-2\pi}{3}\,;-\frac{\pi}{3}\right[$$



2) Pour $\alpha \in [0\,;2\pi[$, on a :

$$\sin(\alpha) \geqslant -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \in \left[0\,;\frac{4\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3}\,;2\pi\right[$$