1ère **Pique-nique n ° 4**

- Durée 1 h 15
- Calculatrices de lycée interdites

Barème :	**Nom :**
1) 4 pts **2)** 3 pts **3)** 7,5 pts **4)** 5,5 pts	

Répondre sur cette feuille

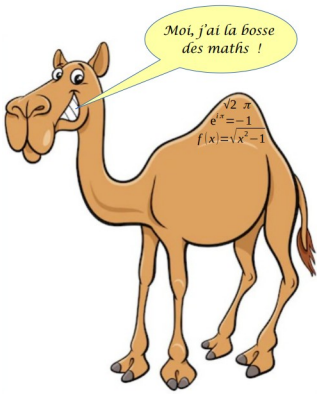
Le trio ...		
Écrire « sigma majuscule » et « oméga majuscule »	Simplifier : $\frac{144x^2}{49}\times\frac{35}{36x}$ (en montrant les étapes)	Écrire en python : « pour i allant de 1 à 15 »

Ex 1 : 1) La fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$ est-elle dérivable en 0 ?

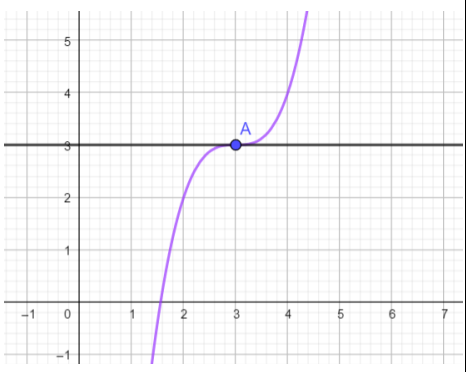
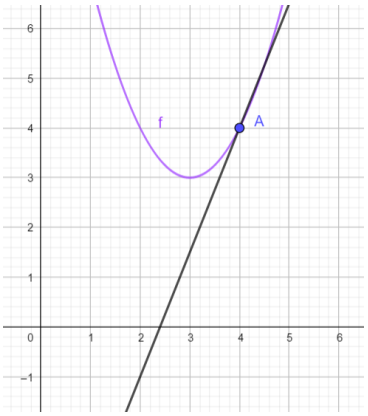
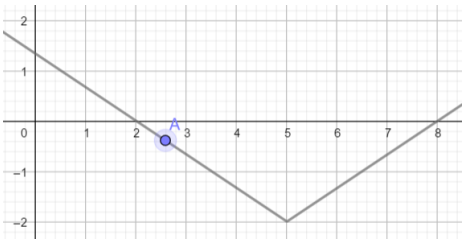
2) Est-il nécessaire que deux fonctions soient dérivables en 0 pour que leur produit soit dérivable en 0 ?

3) Montrer que le nombre dérivé de la fonction $f : x \longmapsto x(\sqrt{x}-1)$ en 0 existe.

4) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.



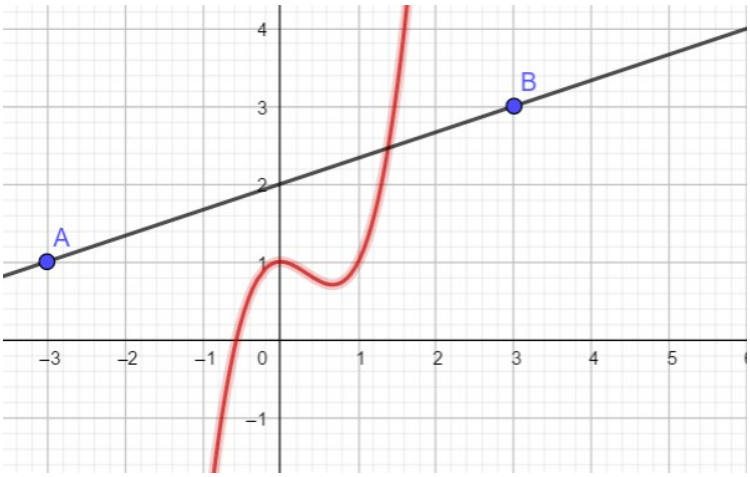
Ex 2 : Dans chacun des cas ci-dessous, on considère la courbe représentative C_f d'une fonction f, et A un point de C_f d'abscisse a. Déterminer $f'(a)$.

1) $f'(a)=$	2) $f'(a)=$	3) $f'(a)=$
		

Ex 3 : Dans chacun des cas, calculer la dérivée, en indiquant sur quel ensemble vos calculs sont valables.

Fonction	Ensembles où les calculs sont valables	Fonctions dérivées
1) $f : x \longmapsto (2x-1)\times(x^3-4)$		
2) $f : x \longmapsto \dfrac{x-3}{\sqrt{x}}$		
3) $f : x \longmapsto \dfrac{x}{x^2-4}$		
4) $f : x \longmapsto \sqrt{3x-5}$		
5) $f : x \longmapsto \left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{3}\right)^7$		

Ex 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-2x^2+1$
On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.



1) Déterminer la fonction dérivée de f .

2) Déterminer par le calcul les abscisses des points de C_f où la tangente à C_f est parallèle à la droite (AB).

3) a) Conjecturer le nombre de tangentes à la courbe passant par A.

b) Soit $M(m, f(m))$ un point de la courbe . Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point M.

c) Déterminer pour quelles valeurs de m les tangentes passent par A.

d) Que peut-on alors dire de la conjecture faite précédemment ?

Correction :

Le trio ...		
Écrire « sigma majuscule » et « oméga majuscule »	Simplifier : $\frac{144x^2}{49}\times\frac{35}{36x}$ (en montrant les étapes)	Écrire en python : « pour i allant de 1 à 15 »
Σ Ω	$\frac{2\times6\times2\times6\times x\times x\times x\times7\times5}{7\times7\times6\times6\times x}=\frac{20x}{7}$	for i in range (1,16) :

Ex 1 :

1) non 2) non

3) Déterminer si le nombre dérivé de la fonction $f:x\longmapsto x(\sqrt{x}-1)$ en 0 existe et, si c'est le cas, calculer $f'(0)$.

$$t_0(h)=\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\frac{h(\sqrt{h}-1)}{h}=\sqrt{h}-1$$

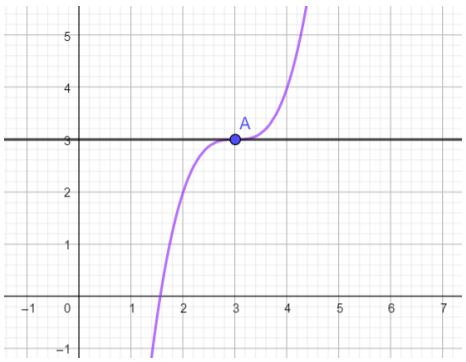
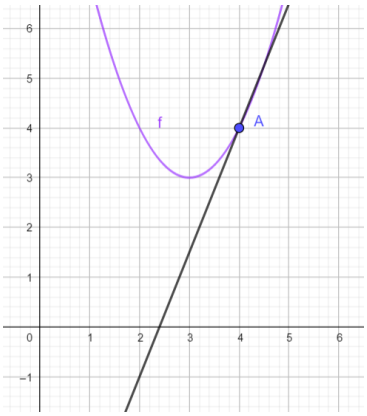
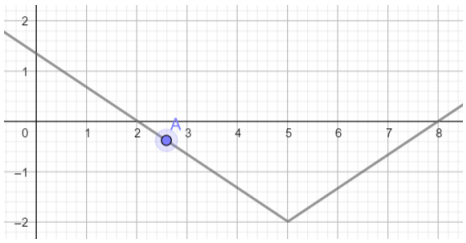
$$\lim_{h\to0} t(h)=-1$$

Donc f est dérivable en 0 et $f'(0)=-1$

4) La tangente à la courbe au point d'abscisse 0 a pour équation :

$$y=f'(0)(x-0)+f(0) \quad\Leftrightarrow\quad y=-1\times x+0 \quad\Leftrightarrow\quad y=-x$$

Ex 2 :

1) $f'(3)=0$	2) $f'(4)=\frac{5}{2}$	3) $f'(a)=-\frac{2}{3}$
		

Ex 3 :

Fonction	Ensembles où les calculs sont valables	Fonctions dérivées
1) $f:x\longmapsto(2x-1)\times(x^3-4)$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=8x^3-3x^2-8$
2) $f:x\longmapsto\frac{x-3}{\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}_+^*$	$f'(x)=\frac{x+3}{2x\sqrt{x}}$
3) $f:x\longmapsto\frac{x}{x^2-4}$	$\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$	$f'(x)=\frac{-(x^2+4)}{(x^2-4)^2}$
4) $f:x\longmapsto\sqrt{3x-5}$	$\left]\frac{5}{3};+\infty\right[$	$f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x-5}}$
5) $f:x\longmapsto\left(\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}\right)^7$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=\frac{7}{3}\left(\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}\right)^6$

Ex 4 :

1) f est une fonction polynôme, elle est donc dérivable sur $\mathbb{R}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x)=6x^2-4x$.

2) (AB) a pour coefficient directeur $\frac{1}{3}$.
On doit donc résoudre l'équation :

$$f'(x)=\frac{1}{3} \Leftrightarrow 6x^2-4x=\frac{1}{3} \Leftrightarrow 18x^2-12x-1=0 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x_1=\frac{2-\sqrt{6}}{6} \text{ et } x_2=\frac{2+\sqrt{6}}{6}$$

3) a) Il semble qu'il y ait 2 tangentes.

b) $y=f'(m)(x-m)+f(m) \Leftrightarrow y=(6m^2-4m)(x-m)+2m^3-2m^2+1$

c)

$$\begin{aligned}
1=(6m^2-4m)(-3-m)+2m^3-2m^2+1 &\Leftrightarrow 0=-18m^2-6m^3+12m+4m^2+2m^3-2m^2 \\
&\Leftrightarrow -4m^3-16m^2+12m=0 \\
&\Leftrightarrow m^3+4m^2-3m=0 \\
&\Leftrightarrow m(m^2+4m-3)=0 \\
&\Leftrightarrow m=0 \text{ ou } m^2+4m-3=0 \\
&\Leftrightarrow m=0 \text{ ou } m=-2-\sqrt{7} \text{ ou } m=-2+\sqrt{7} \quad \text{(après calcul de } \Delta \text{)}
\end{aligned}$$

d) La conjecture est fausse . Il y a en fait 3 tangentes.