2nde **Devoir Surveillé n ° 7**

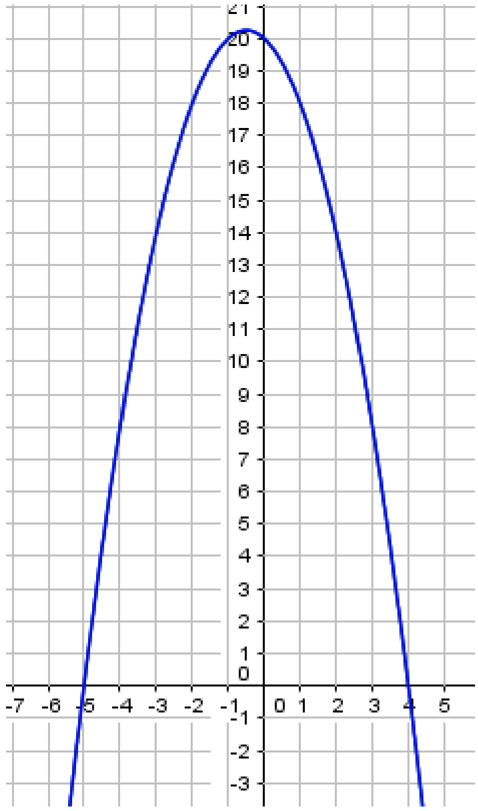
- Durée 1 h
- Calculatrices interdites

Nom :

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage ...*

Remarque préliminaire : Les intersections demandées ont des coordonnées entières

La parabole C_f est la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^2-x+20$



1) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=20{,}5$.
Pour cela indiquer l'équation de la droite qu'il faut tracer.

2) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=8$.
Pour cela indiquer l'équation de la droite qu'il faut tracer.

3) Développer $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{81}{4}$
En déduire la forme canonique de $f(x)$.

4) Quel est le maximum de $f(x)$ et en quelle valeur est-il atteint ?

5) Soit g la fonction affine définie par $g(x)=x+17$

a) Tracer la droite d représentative de la fonction g .

b) Par lecture graphique, en déduire les solutions de l'équation

$-x^2-2x+3=0$

6) Donner l'équation d'une droite Δ qui permette de résoudre graphiquement l'équation $-x^2-2x+15=0$
Donner les solutions.

7) a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=0$.

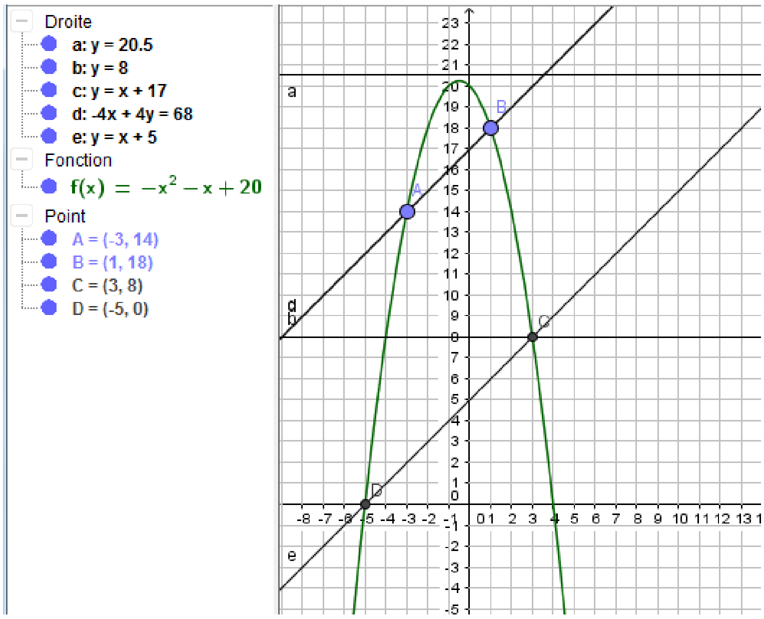
b) Retrouver ce résultat par le calcul.

8) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\leqslant 0$.

9) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $(x-1)\times f(x)\geqslant 0$ (faire un tableau de signe)

10) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-x^3+21x-20\geqslant 0$

Correction



La parabole C_f est la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 20$

1) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 20{,}5$.
Pour cela indiquer l'équation de la droite qu'il faut tracer.

Il n'y a pas d'intersection entre C_f et la droite d'équation $y = 20{,}5$.
L'équation n'a donc pas de solution.

2) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 8$.
Pour cela indiquer l'équation de la droite qu'il faut tracer.

On trouve deux intersections entre C_f et la droite d'équation $y = 8$.
L'équation a pour solution -4 et 3

3) Développer $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}$
En déduire la forme canonique de $f(x)$.

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} = x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{81}{4} = x^2 + x - 20 = -f(x)$
Ainsi la forme canonique de $f(x)$ est $-\left(\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}\right) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{81}{4}$

4) Quel est le maximum de $f(x)$ et en quelle valeur est-il atteint ?

On en déduit que le maximum de $f(x)$ est $\frac{81}{4}$ atteint en $-\frac{1}{2}$

5) Soit g la fonction affine définie par $g(x) = x + 17$

a) Tracer la droite d représentative de la fonction g .

b) Par lecture graphique, en déduire les solutions de l'équation $-x^2 - 2x + 3 = 0$

On a $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x^2 - x + 20 = x + 17 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 3 = 0$
Il suffit de chercher les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g .
On trouve : -3 et 1

6) Donner l’équation d’une droite Δ qui permette de résoudre graphiquement l’équation $-x^2-2x+15=0$.
Donner les solutions.

Il suffit de tracer la droite d'équation $y=x+5$
$-x^2-2x+15=0 \Leftrightarrow f(x)=x+5$
On trouve -5 et 3

7) a) Résoudre graphiquement l’équation $f(x)=0$.

On trouve -5 et 4

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$$f(x)=0 \Leftrightarrow -\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{81}{4}\right)=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{81}{4}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{81}{4} \Leftrightarrow x+\frac{1}{2}=\frac{9}{2} \text{ ou } x+\frac{1}{2}=-\frac{9}{2} \Leftrightarrow x=4 \text{ ou } x=-5$$

8) Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l’inéquation $f(x)\leqslant 0$.

On trouve $]-\infty;-5]\cup[4;+\infty[$

9) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $(x-1)\times f(x)\geqslant 0$ (faire un tableau de signe)

x	- ∞		-5		1		4		+
$f(x)$		-	0	+	|	+	0	-	
$(x-1)$		-	|	-	0	+	|	+	
$(x-1)f(x)$		+	0	-	0	+	0	-	

10) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $-x^3+21x-20\geqslant 0$

$-x^3+21x+-20\geqslant 0 \Leftrightarrow (x-1)\times f(x)\geqslant 0$

Ainsi $S=]-\infty;-5]\cup[1;4]$