

2nde Devoir Surveillé n° 3

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

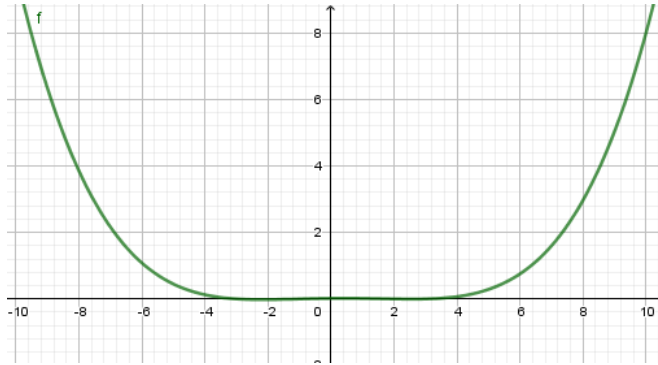
Barème :

1) 7 pts 2) 6 pts 3) 3 pts 4) 4 pts

Nom :

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Les exercices précédés d'une * sont à faire sur cette feuille. Bon courage ...

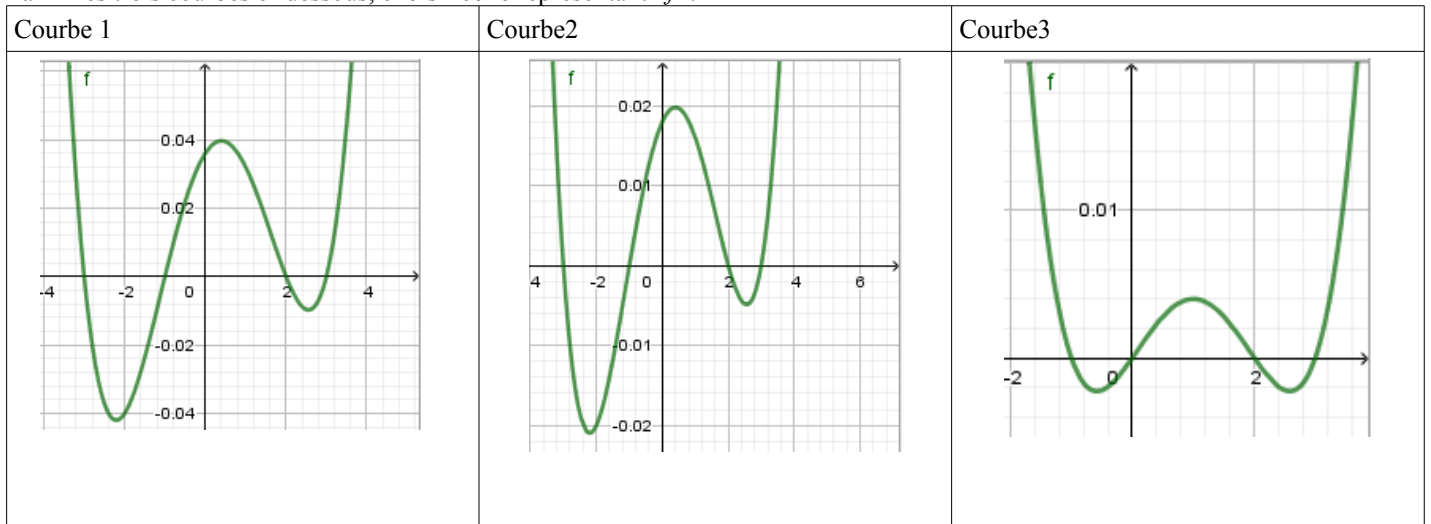
Ex 1 : Voici la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{1000}x^4 - \frac{1}{1000}x^3 - \frac{11}{1000}x^2 + \frac{9}{1000}x + \frac{9}{500}$



- 1) Calculer $f(-1)$, $f(-3)$, $f(2)$ et $f(3)$. (Soyez astucieux ... en lisant l'énoncé en entier !)
- 2) Calculer $f(0)$.
- 3) Que peut-on dire de $f(x)$ si $x \in [-3; 3]$?
- 4) On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1000}(x-2)(x-3)(x+1)(x+3)$

On représente f dans un repère mieux choisi. On considère que le comportement de la courbe C_f se poursuit de manière identique en dehors du graphique.

Parmi les trois courbes ci-dessous, choisir celle représentant f .



- 5) Déterminer le signe de la fonction f .
- 6) La fonction f admet-elle un maximum sur \mathbb{R} ?
- 7) Sans calculer et en utilisant la courbe, comparer $f(1,5)$ et $f(1,9)$. Justifier votre réponse.
- 8) Sans calculer et en utilisant la courbe, comparer $f(-2)$ et $f(3,5)$. Justifier votre réponse.

*Ex 2 : Vrai ou faux (juste : +1 / faux : -1 / pas de réponse : 0)

	Répondre Vrai ou faux
1) Dans un repère orthonormé, un cercle peut représenter une fonction.	
2) Si $f(-2) \geq f(4)$, alors f est décroissante sur $[-2;4]$	
3) Toute fonction croissante sur \mathbb{R}^+ est positive sur \mathbb{R}^+	
4) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq 3$, alors 3 est le maximum de la fonction f .	
5) Toute droite du plan peut représenter une fonction.	
6) Si f est croissante sur $[0; +\infty[$, alors elle admet pour minimum $f(0)$.	

Ex 3 : Ensembles de définition

Dans chaque cas déterminer l'ensemble de définition de la fonction.

1) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$

2) $g(x) = \frac{4x-1}{x^2-1} - 7$

3) $h(x) = \frac{-2x+1}{3x^2+2}$

Ex 4 :

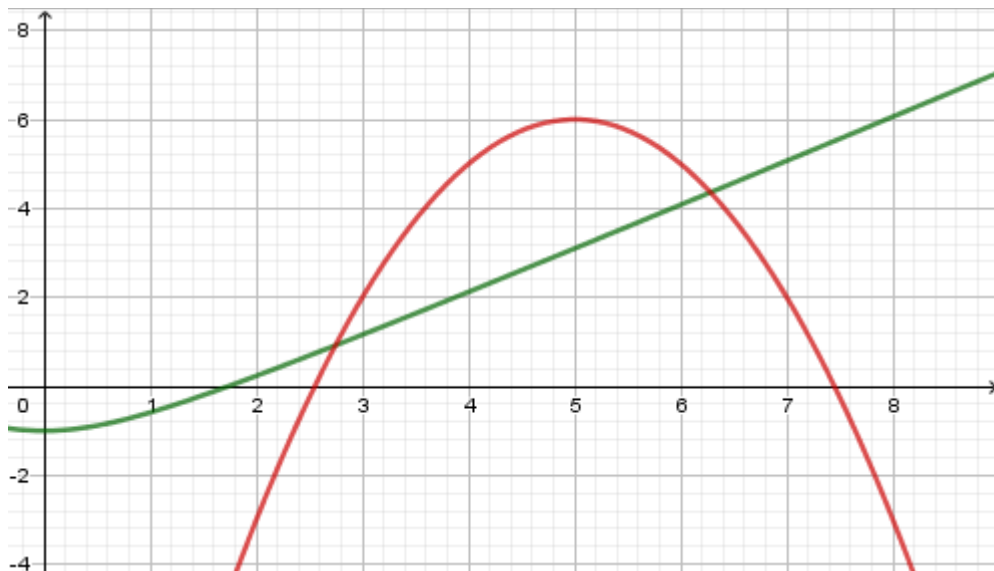
On considère le programme écrit en Python ci-dessous.

```

from math import sqrt
def f(x):
    return(sqrt(x**2+1)-2)
def g(x):
    return(-(x-5)**2+6)
k=int(input("k="))
for i in range(k+1):
    if (f(i)>g(i)):
        print(i)
    
```

1) Quelle est la fonction définie par $f(x)$?

2) Quelle est la fonction définie par $g(x)$?

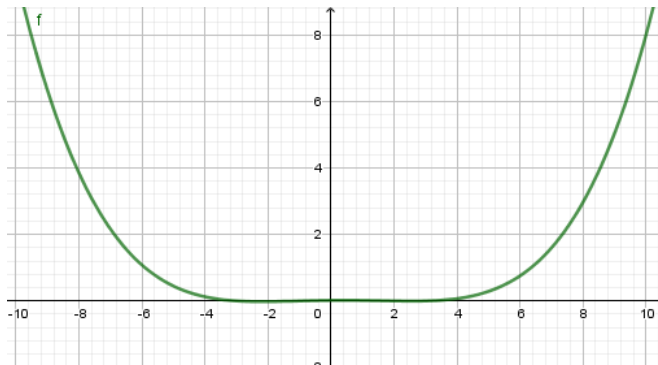


3)

Les courbes ci-dessus représentent les fonctions f et g .
 En utilisant ce graphique, indiquer ce qu'affiche le programme si on saisit $k=8$.

CORRECTION

Ex 1 : Voici la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{1000}x^4 - \frac{1}{1000}x^3 - \frac{11}{1000}x^2 + \frac{9}{1000}x + \frac{9}{500}$



1) Calculer $f(-1)$, $f(-3)$, $f(2)$ et $f(3)$.

On trouve $f(-1) = f(-3) = f(2) = f(3) = 0$

2) Calculer $f(0)$.

$$f(0) = \frac{9}{500}$$

3) Que peut-on dire de $f(x)$ si $x \in [-3; 3]$.

Pas grand-chose ...

4) On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1000}(x-2)(x-3)(x+1)(x+3)$

On représente f dans dans un repère mieux choisi. On considère que le comportement de la courbe C_f se poursuit de manière identique en dehors du graphique.

Parmi les trois courbes ci-dessous, choisir celle représentant f .

Courbe 1	Courbe2	Courbe3
$f(0) \neq \frac{9}{500}$	C'est celle-ci !	$f(0) \neq \frac{9}{500}$

5) Déterminer le signe de la fonction f .

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ ou } x = -1 \text{ ou } x = 2 \text{ ou } x = 3$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-3; -1[\cup]2; 3[$$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -3[\cup]-1; 2[\cup]3; +\infty[$$

6) La fonction f admet-elle un maximum sur \mathbb{R} ?

Non

7) Sans calculer et en utilisant la courbe, comparer $f(1,5)$ et $f(1,9)$. Justifier votre réponse.

La fonction f est strictement décroissante sur $[1; 2]$. On en déduit que $f(1,5) > f(1,9)$.

8) Sans calculer et en utilisant la courbe, comparer $f(-2)$ et $f(3,5)$. Justifier votre réponse.

$$f(-2) < 0 \text{ et } f(3,5) > 0. \text{ Ainsi } f(-2) < f(3,5)$$

Ex 2 : Vrai ou faux (juste : +0,5 / faux : -0,5 / pas de réponse : 0)

	Répondre Vrai ou faux
1) Dans un repère orthonormé, un cercle peut représenter une fonction.	F
2) Si $f(-2) \geq f(4)$, alors f est décroissante sur $[-2;4]$	F
3) Toute fonction croissante sur \mathbb{R}^+ est positive sur \mathbb{R}^+	F
4) Si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq 3$, alors 3 est le maximum de la fonction f .	F
5) Toute droite du plan peut représenter une fonction.	F
6) Si f est croissante sur $[0; +\infty[$, alors elle admet pour minimum $f(0)$.	V

Ex 3 : Ensembles de définition

Dans chaque cas déterminer l'ensemble de définition de la fonction.

1) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$

2) $g(x) = \frac{4x-1}{x^2-1} - 7$

3) $h(x) = \frac{-2x+1}{3x^2+2}$

$D_f =]2; +\infty[$, $D_g = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ et $D_h = \mathbb{R}$

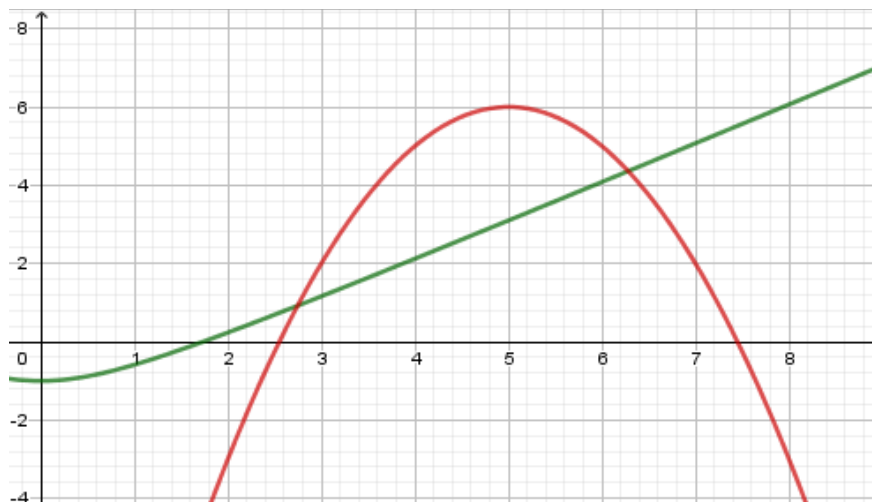
Ex 4 :

On considère le programme écrit en Python ci-dessous.

```
from math import sqrt
def f(x):
    return(sqrt(x**2+1)-2)
def g(x):
    return(-(x-5)**2+6)
k=int(input("k="))
for i in range(k+1):
    if (f(i)>g(i)):
        print(i)
```

1) Quelle est la fonction définie par $f(x)$? $f(x) = \sqrt{x^2+1} - 2$

2) Quelle est la fonction définie par $g(x)$? $g(x) = -(x-5)^2 + 6$



3)
Les courbes ci-dessus représentent les fonctions f et g .
En utilisant ce graphique, indiquer ce qu'affiche le programme si on saisit $k=8$.

On reconnaît facilement les courbes en calculant $f(0)$ par exemple.
Le programme affiche 0, 1, 2, 7, 8