

2nde Pique-nique n° 3

- Durée 1 h
- Calculatrices inutiles et autorisées

Barème :

- 1) 1 pts 2) 6 pts 3) 3 pts 4) 3 pts
- 5) 7 pts

Nom :

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

Répondre sur cette feuille

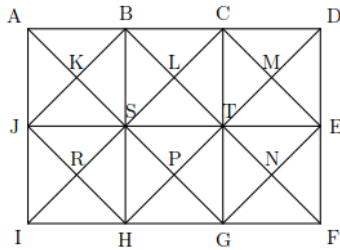
Ex 1 : Un petit calcul pour ouvrir l'appétit !

Factoriser :

$$A = 3(x-2)^2 - 10x(x-2)$$

Ex 2 :

1) Construire au compas l'image U du point G par la translation de vecteur \overrightarrow{RM}



2) Simplifier au maximum :

(Chacune de vos réponses doit comporter le point R)

- a) $\overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{MD} =$
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HP} + \overrightarrow{SK} =$
- c) $\overrightarrow{BA} + 3 \overrightarrow{MT} =$
- d) $3 \overrightarrow{RS} - 2 \overrightarrow{GE} =$
- e) $\overrightarrow{SL} - \overrightarrow{TL} - \overrightarrow{NG} =$

Ex 3 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

1) Sans utiliser le déterminant, étudier la colinéarité des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .



2) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

opposé de \vec{u} :

$\vec{u} + \vec{v}$:

Ex 4 :

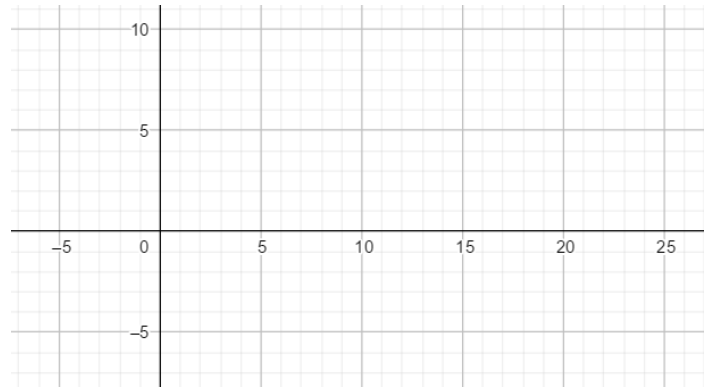
En utilisant le déterminant, déterminer k pour que les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ k \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ \sqrt{15} \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

Ex 5:

Dans un repère, on considère les points A(-2,-4) , B(10,3) , C(17,7) , D(5,-5) et E(22,5)

1) Placer les points A, B, C , D et E dans le repère ci-dessous :

2) En utilisant les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} , vérifier si le point C appartient à la droite (AB).



3) Que peut-on dire des droites (BC) et (DE) ? Justifier.

4) Déterminer les coordonnées du point F, tel que $\vec{BF} = 2 \vec{AD}$

Correction :

Ex 1 : Un petit calcul pour ouvrir l'appétit !

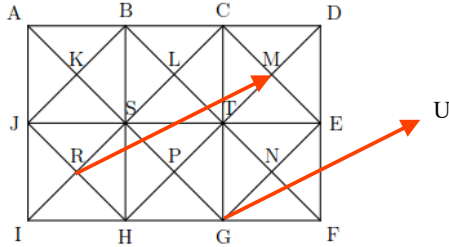
Factoriser :

$$A = 3(x-2)^2 - 10x(x-2)$$

$$A = (x-2)(3(x-2) - 10x) = (x-2)(3x - 6 - 10x) = (x-2)(-6 - 7x)$$

Ex 2 :

1) Construire au compas l'image U du point G par la translation de vecteur \vec{RM}



2) Simplifier au maximum : (Chacune de vos réponses doit comporter le point R)

a) $\vec{KJ} + \vec{MD} = \vec{0} = \vec{RR}$

b) $\vec{AB} + \vec{HP} + \vec{SK} = \vec{IH} + \vec{HP} + \vec{PS} = \vec{IS} = \vec{RL}$

c) $\vec{BA} + 3\vec{MT} = \vec{DC} + 3\vec{CL} = \vec{DC} + \vec{CR} = \vec{DR}$

d) $3\vec{RS} - 2\vec{GE} = 3\vec{RS} - 4\vec{RS} = -\vec{RS} = \vec{SR}$ (ou \vec{RI})

e) $\vec{SL} - \vec{TL} - \vec{NG} = \vec{SL} + \vec{LT} + \vec{GN} = \vec{ST} + \vec{GN} = \vec{HG} + \vec{GN} = \vec{HN} = \vec{RT}$

Ex 3 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

1) Sans utiliser le déterminant, étudier la colinéarité des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{4} \times 8 = 2 \quad \text{et} \quad \frac{\frac{2}{7}}{\frac{1}{5}} = \frac{2}{7} \times 5 = \frac{10}{7}$$

$2 \neq \frac{10}{7}$, les vecteurs ne sont donc pas colinéaires.

2) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

opposé de \vec{u} : $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$

$\vec{u} + \vec{v}$: $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\ \frac{2}{7} + \frac{1}{5} \end{pmatrix}$, ce qui donne $\begin{pmatrix} \frac{3}{8} \\ \frac{17}{35} \end{pmatrix}$

Ex 4 :

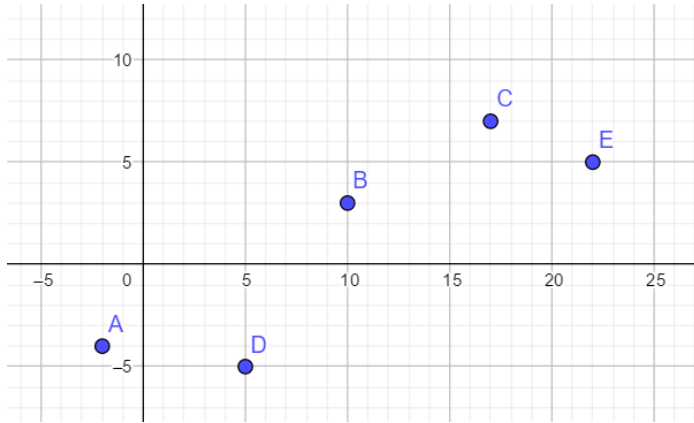
En utilisant le déterminant, déterminer k pour que les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ k \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ \sqrt{15} \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 &\Leftrightarrow \sqrt{3} \times \sqrt{15} - \sqrt{5} k = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{5} k = \sqrt{3} \times \sqrt{15} \\ &\Leftrightarrow k = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &\Leftrightarrow k = 3 \end{aligned}$$

Ex 5:

Dans un repère, on considère les points A(-2,-4), B(10,3), C(17,7), D(5,-5) et E(22,5).

1) Placer les points A, B, C, D et E dans le repère ci-dessous :



2) En utilisant les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} , vérifier si le point C appartient à la droite (AB).

On a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 12 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} 19 \\ 11 \end{pmatrix}$

$$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) = 12 \times 11 - 7 \times 19 = -1 \neq 0$$

Donc \vec{AB} et \vec{AC} ne sont pas colinéaires et le point C n'appartient pas à la droite (AB).

3) Que peut-on dire des droites (BC) et (DE). Justifier.

On a $\vec{DE} \begin{pmatrix} 17 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\vec{BC} \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\det(\vec{DE}, \vec{BC}) = 17 \times 4 - 10 \times 7 = 68 - 70 = -2 \neq 0$$

Les vecteurs \vec{BC} et \vec{DE} ne sont pas colinéaires et les droites (BC) et (DE) ne sont donc pas parallèles.

4) Déterminer les coordonnées du point F, tel que $\vec{BF} = 2 \vec{AD}$

On a $\vec{BF} \begin{pmatrix} x_F - 10 \\ y_F - 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{AD} \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\vec{BF} = 2 \vec{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 10 = 14 \\ y_F - 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 24 \\ y_F = 1 \end{cases}$$