2nde **Pique-nique n ° 6**

- Durée 1h
- Calculatrices autorisées

Barème : **A)** 8 pts **B)** 8 pts **C)** 4 pts **BONUS** 2 pts	**Nom :**

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …

Répondre sur cette feuille

Les trois parties sont indépendantes

Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{x^2+1}{3x}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$)

Partie A :

1) Déterminer l'ensemble de déinition D_f de la fonction f .

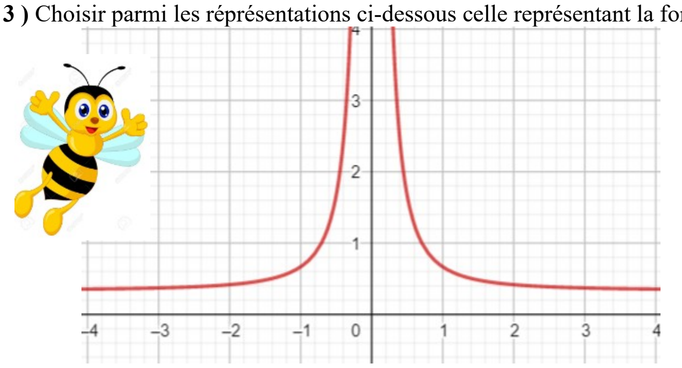
2) a) Calculer $f(1)$ et $f(-1)$

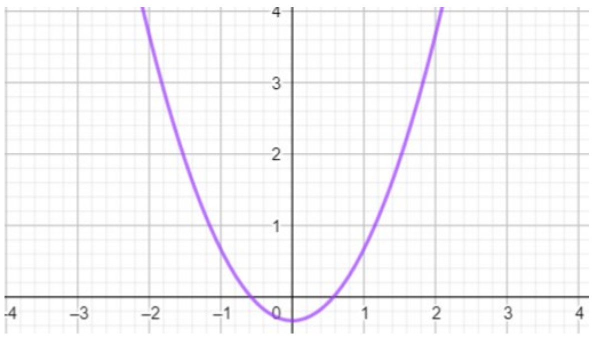
b) Que peut-on conjecturer au sujet de la parité de f ?

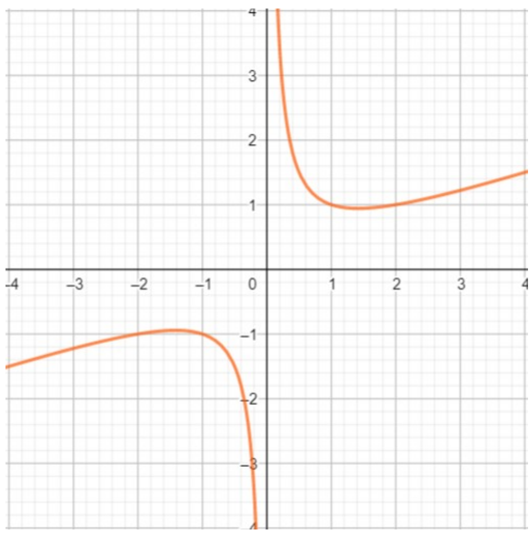
c) Etudier la parité de la fonction f .

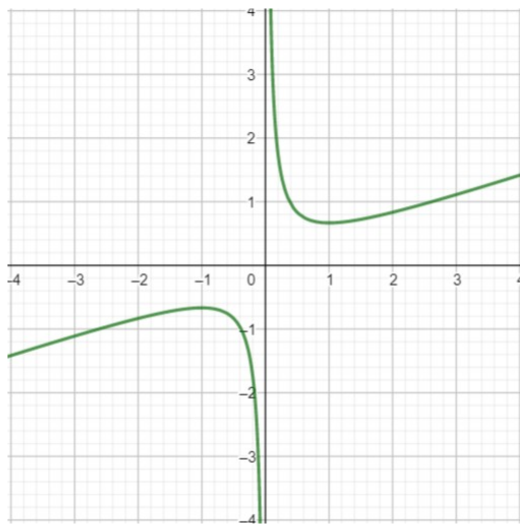
d) Que peut-on dire de C_f .

3) Choisir parmi les réprésentations ci-dessous celle représentant la fonction f .









4) a) Montrer que $f\left(\dfrac{\sqrt{5}+3}{2}\right)=1$. On admet que $f\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)=1$

b) Quelle droite doit-on tracer sur le graphique pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<1$? Tracer cette droite.

c) En utilisant le résultat de la question **a** qui nous permet d'avoir des valeurs exactes, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<1$

Partie B :

1) a) Sur le graphique, placer le point A de C_f d'abscisse 2, le point B de C_f d'abscisse -1 et le point C de coordonnées (1;- 1)

b) Calculer les coordonnées exactes des points A et B.

c) Caculer la valeur exacte de la longueur AC . On admet que $BC=\sqrt{\dfrac{37}{9}}$.

d) Donner des valeurs arrondies à 10^{-2} près des des longueurs AC et BC .

e) C appartient-il à la médiatrice de [AB] ?

2) On considère le milieu I du segment [AB] . Justifier par le calcul que le point I est situé au-dessus de l'axe des abscisses.

3) Représenter graphiquement les points M de C_f tels que MAB soit un triangle rectangle en M. Laisser les traits de construction.

Partie C : Compléter ce programme pour qu'il affiche tous les entiers naturels i de l'intervalle [-10;10] tels que $f(i)<1$

```
for i in range(-10,…….):
   if (i!=….):
      A= …………...
      if (A<1):
         print( ……..)
```

Correction :

Les trois parties sont indépendantes

Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x^2+1}{3x}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$)

Partie A :

1) Déterminer l'ensemble de déinition D_f de la fonction f .

$D_f=\mathbb{R}^*$

2) a) Calculer $f(1)$ et $f(-1)$

$f(1)=\dfrac{2}{3}$ et $f(-1)=-\dfrac{2}{3}$

b) Que peut-on conjecturer au sujet de la parité de f ?

Il semble que la fonction est impaire.

c) Etudier la parité de la fonction f .

D_f est clarement centré en 0.

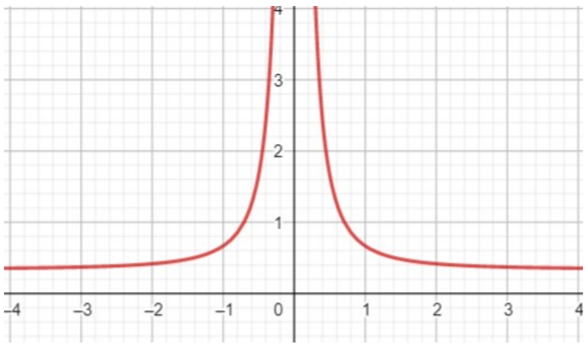
Pour tout $x\neq 0$, on a $f(-x)=\dfrac{(-x)^2+1}{3(-x)}=-\dfrac{x^2+1}{3x}=-f(x)$

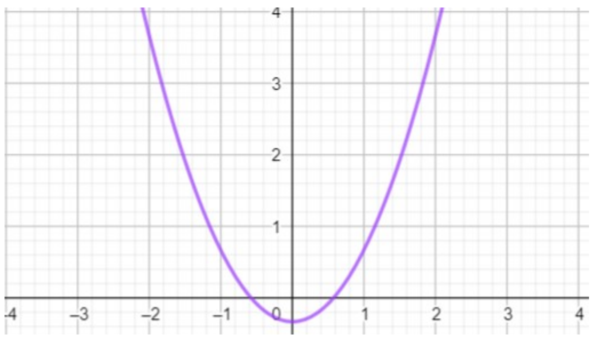
On en déduit que f est impaire.

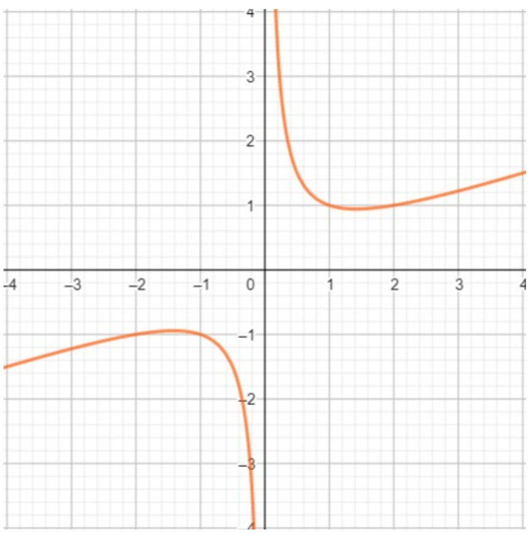
d) Que peut-on dire de C_f .

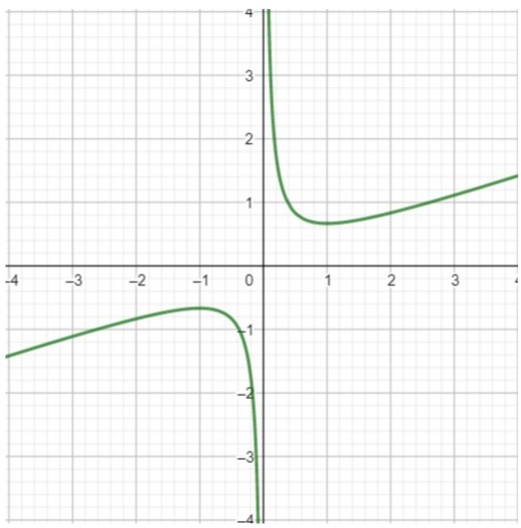
C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère .

3) Choisir parmi les réprésentations ci-dessous celle représentant la fonction f .







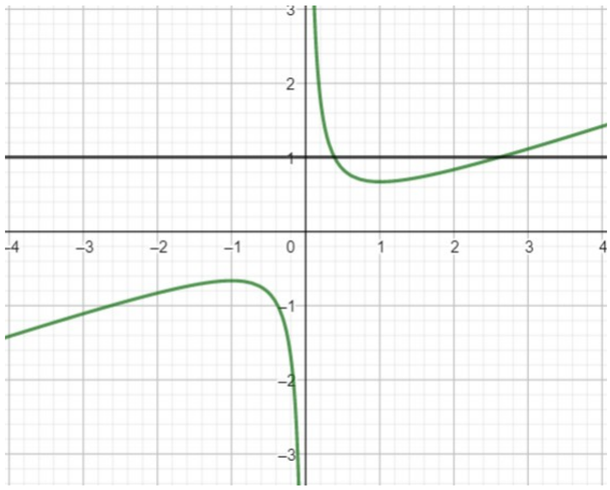


4) a) Montrer que $f\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)=1$. On admet que $f\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)=1$

On a $f\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)=\frac{\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)^2+1}{3\frac{\sqrt{5}+3}{2}}=\frac{\frac{5+6\sqrt{5}+9}{4}+\frac{4}{4}}{\frac{3\sqrt{5}+9}{2}}=\frac{18+6\sqrt{5}}{4}\times\frac{2}{3\sqrt{5}+9}=\frac{18+6\sqrt{5}}{2}\times\frac{1}{3\sqrt{5}+9}=(9+3\sqrt{5})\times\frac{1}{3\sqrt{5}+9}=1$

b) Quelle droite doit-on tracer sur le graphique pour résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<1$? Tracer cette droite.

Il faut tracer la droite d'équation $y=1$



c) En utilisant le résultat de la question a qui nous permet d'avoir des valeurs exactes, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<1$

On obtient $S=]-\infty;0[\cup\left]\frac{3-\sqrt{5}}{2};\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right[$

Partie B :

1) a) Sur le graphique, placer le point A de C_f d'abscisse 2, le point B de C_f d'abscisse -1 et le point C de coordonnées (1;- 1)

b) Calculer les coordonnées exactes des points A et B.

$f(2)=\frac{5}{6}$ et $f(-1)=-\frac{2}{3}$. On a donc $A\left(2;\frac{5}{6}\right)$ et $B\left(-1;-\frac{2}{3}\right)$

c) Caculer la valeur exacte de la longueur AC . On admet que $BC=\sqrt{\frac{37}{9}}$.

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(1-2)^2+\left(-1-\frac{5}{6}\right)^2}=\sqrt{1+\left(-\frac{11}{6}\right)^2}=\sqrt{1+\frac{121}{36}}=\sqrt{\frac{36}{36}+\frac{121}{36}}=\sqrt{\frac{157}{36}}$$

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(1+1)^2+\left(-1+\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{4+\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\sqrt{4+\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{37}{9}}$$

d) Donner des valeurs arrondies à 10^{-2} près des des longueurs AC et BC .

AC $\approx$ 2,09 et BC $\approx$ 2,03

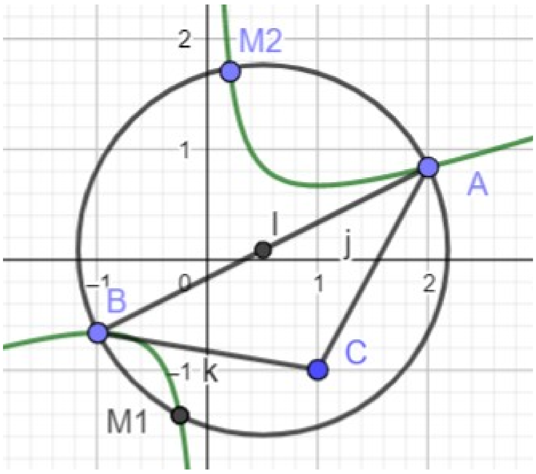
e) C appartient-il à la médiatrice de [AB] ?
$AC \neq BC$, donc C n'appartient pas à la médiatrice de [AB]

2) On considère le milieu I du segment [AB] . Justifier par le calcul que le point I est situé au-dessus de l'axe des abscisses.

Il suffit de calculer y_I

On a $y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{\frac{5}{6}+\left(-\frac{2}{3}\right)}{2}=\frac{\frac{1}{6}}{2}=\frac{1}{12}>0$

3) Représenter graphiquement les points M de C_f tels que MAB soit un triangle rectangle en M. Laisser les traits de construction.



Partie C : Python

Compléter ce programme pour qu'il affiche tous les entiers naturels i de l'intervalle [-10;10] tels que $f(i)<1$

```
for i in range(-10,…….):
    if (i!=….):
        A= …………....
        if (A<1):
            print( ……..)
```

```
for i in range(-10,11):
    if (i!=0):
        A=(i**2+1)/(3*i)
        if (A<1):
            print(i)
```