

2nde Devoir Surveillé n° 3 : sujet B

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :

- 1) 1 pts 2) 6 pts 3) 3 pts 4) 3 pts
5) 7 pts

Nom :

Répondre sur cette feuille

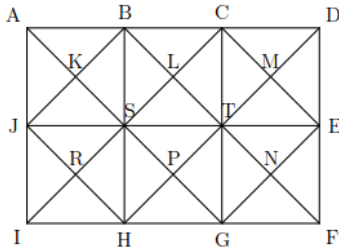
Ex 1 : Un petit calcul pour ouvrir l'appétit !

Factoriser :

$$A = 3(x-5)^2 - 10x(x-5)$$

Ex 2 :

1) Construire au compas l'image U du point T par la translation de vecteur \vec{AM}



2) Simplifier au maximum : (Chacune de vos réponses doit comporter le point R)

a) $\vec{LS} + \vec{HP} =$

b) $\vec{BA} + 3\vec{MT} =$

c) $\vec{AB} + \vec{HP} + \vec{SK} =$

d) $5\vec{RS} - 2\vec{GE} =$

e) $\vec{SJ} - \vec{TJ} - \vec{NG} =$

Ex 3 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

1) Sans utiliser le déterminant, étudier la colinéarité des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

2) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

opposé de \vec{u} :

$\vec{u} + \vec{v}$:

Ex 4 :

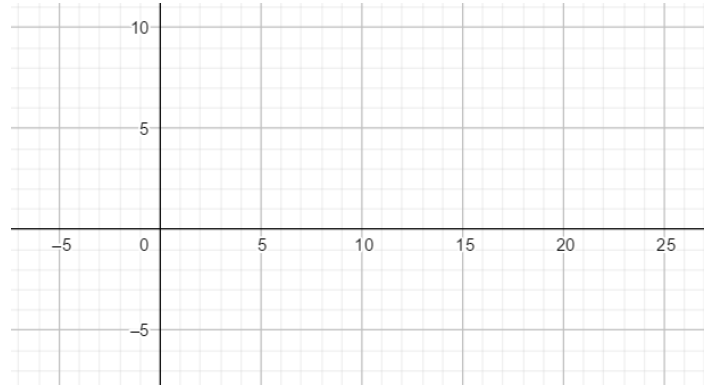
En utilisant le déterminant, déterminer k pour que les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{7} \\ k \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ \sqrt{35} \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

Ex 5:

Dans un repère, on considère les points A(-2,-4) , B(10,3) , C(17,7) , D(5,-5) et E(22,5)

1) Placer les points A, B, C , D et E dans le repère ci-dessous :

2) En utilisant les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} , vérifier si le point C appartient à la droite (AB).



3) Que peut-on dire des droites (AC) et (DE). Justifier.

4) Déterminer les coordonnées du point F, tel que $\vec{BF} = 3 \vec{AD}$

Correction :

Ex 1 : Un petit calcul pour ouvrir l'appétit !

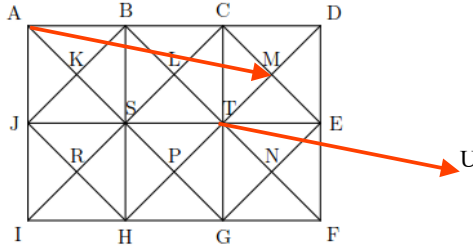
Factoriser :

$$A = 3(x-5)^2 - 10x(x-5)$$

$$A = (x-5)(3(x-5) - 10x) = (x-5)(3x - 15 - 10x) = (x-5)(-15 - 7x)$$

Ex 2 :

1) Construire au compas l'image U du point T par la translation de vecteur \vec{AM}



2) Simplifier au maximum : (Chacune de vos réponses doit comporter le point R)

a) $\vec{LS} + \vec{HP} = \vec{0} = \vec{RR}$

b) $\vec{BA} + 3\vec{MT} = \vec{DC} + 3\vec{CL} = \vec{DC} + \vec{CR} = \vec{DR}$

c) $\vec{AB} + \vec{HP} + \vec{SK} = \vec{IH} + \vec{HP} + \vec{PS} = \vec{IS} = \vec{RL}$

d) $5\vec{RS} - 2\vec{GE} = 5\vec{RS} - 4\vec{RS} = \vec{RS}$ (ou \vec{IR})

e) $\vec{SJ} - \vec{TJ} - \vec{NG} = \vec{SJ} + \vec{JT} + \vec{GN} = \vec{ST} + \vec{GN} = \vec{HG} + \vec{GN} = \vec{HN} = \vec{RT}$

Ex 3 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$

1) Sans utiliser le déterminant, étudier la colinéarité des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 8 = 2 \quad \text{et} \quad \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

Les vecteurs sont donc colinéaires.

2) Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

opposé de \vec{u} : $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$

$$\vec{u} + \vec{v} : \begin{pmatrix} \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\ \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} . \text{ On a } \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ ce qui donne } \begin{pmatrix} \frac{3}{8} \\ \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

Ex 4 :

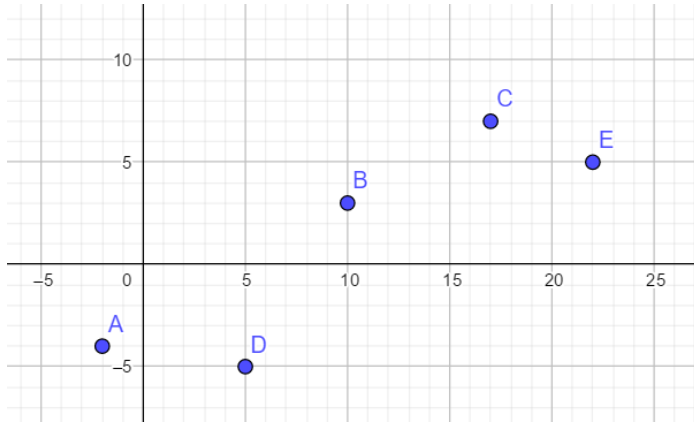
En utilisant le déterminant, déterminer k pour que les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{7} \\ k \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ \sqrt{35} \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v})=0 &\Leftrightarrow \sqrt{7} \times \sqrt{35} - \sqrt{5}k = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{5}k = \sqrt{7} \times \sqrt{35} \\ &\Leftrightarrow k = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &\Leftrightarrow k = 7 \end{aligned}$$

Ex 5:

Dans un repère, on considère les points A(-2,-4), B(10,3), C(17,7), D(5,-5) et E(22,5).

1) Placer les points A, B, C, D et E dans le repère ci-dessous :



2) En utilisant les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} , vérifier si le point C appartient à la droite (AB).

On a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 12 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} 19 \\ 11 \end{pmatrix}$

$$\det(\vec{AB}, \vec{AC}) = 12 \times 11 - 7 \times 19 = -1 \neq 0$$

Donc \vec{AB} et \vec{AC} ne sont pas colinéaires et le point C n'appartient pas à la droite (AB).

3) Que peut-on dire des droites (AC) et (DE). Justifier.

On a $\vec{DE} \begin{pmatrix} 17 \\ 10 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} 19 \\ 11 \end{pmatrix}$

$$\det(\vec{DE}, \vec{AC}) = 17 \times 11 - 10 \times 19 = 187 - 190 = -3 \neq 0$$

Les vecteurs \vec{AC} et \vec{DE} ne sont pas colinéaires et les droites (AC) et (DE) ne sont donc pas parallèles.

4) Déterminer les coordonnées du point F, tel que $\vec{BF} = 3 \vec{AD}$

On a $\vec{BF} \begin{pmatrix} x_F - 10 \\ y_F - 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{AD} \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\vec{BF} = 3 \vec{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 10 = 21 \\ y_F - 3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 31 \\ y_F = 0 \end{cases}$$