

- Durée 2 h
- Calculatrices autorisées

**Commentaires :** Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair. Bon courage ...

**Baccalauréat STI Génie mécanique (options A et F) Génie civil, Génie énergétique Antilles-Guyane 13 septembre 2012****Le problème**

On considère la fonction  $f$  définie sur l'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \frac{6e^x}{e^x + 5}.$$

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 1 cm.

**PARTIE A : Étude de la fonction  $f$** 

1. On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Montrer que pour tout réel  $x$  on a  $f'(x) = \frac{30e^x}{(e^x + 5)^2}$  puis étudier le signe de  $f'(x)$  pour  $x$  dans  $\mathbb{R}$ .
2. a. Vérifier que pour tout réel  $x$  on a :  $f(x) = \frac{6}{1 + 5e^{-x}}$ .  
b. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$  et en déduire l'existence de deux asymptotes  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  à la courbe  $\mathcal{C}$ . On précisera une équation de chacune de ces asymptotes.
3. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
4. Montrer que l'équation réduite de la tangente  $\mathcal{T}$  à la courbe  $\mathcal{C}$  de  $f$  au point d'abscisse 0 est  $y = \frac{5}{6}x + 1$ .
5. Dans le repère, tracer la courbe  $\mathcal{C}$ , ainsi que les droites  $\mathcal{T}$ ,  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  sur une feuille de papier millimétré.

**PARTIE B : Résolution d'une équation**

1. Justifier que l'équation  $f(x) = 4$  admet une solution unique  $x_0$  sur l'intervalle  $[1; 5]$ .
2. Graphiquement, donner un encadrement de  $x_0$  à l'unité près, et placer  $x_0$  sur le graphique.
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la valeur décimale arrondie au centième de  $x_0$ .

### PARTIE C : Un calcul d'aire

1. a. Montrer que la fonction  $G$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$G(x) = \ln(e^x + 5)$$

est une primitive de la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 5}$ .

- b. En déduire une primitive  $H$  de la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par
- $$h(x) = \frac{6e^x}{e^x + 5} - \left(\frac{5}{6}x + 1\right).$$
2. a. Hachurer sur le graphique, le domaine compris entre la courbe  $\mathcal{C}$  représentative de la fonction  $f$ , la tangente  $\mathcal{T}$  ainsi que les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 2$ .
- b. On admet que la fonction  $h$  est positive sur l'intervalle  $[0; 2]$ .  
Montrer que la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire  $\mathcal{A}$  de ce domaine est  $\mathcal{A} = 6\ln\left(\frac{e^2 + 5}{6}\right) - \frac{11}{3}$ .

correction :

<http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/STIcivilAntillescorrigesept2012-2.pdf>