

Tcomp Pique-nique n° 6

- Durée 1 h
- Calculatrices de lycée interdites

Barème :

1) 10 pts 2) 10 pts

Nom :**Répondre sur cette feuille****Ex 1 :** Dans chaque déterminer une primitive sur I de la fonction proposée :

1) $f(x) = 7x^3 - \frac{3}{x}$ sur $]0; +\infty[$

2) $g(x) = \frac{1}{4}e^x + 2x$ sur \mathbb{R}

3) $h(x) = (2x - 1)e^{x^2 - x + 4}$ sur \mathbb{R}

4) $i(x) = \frac{x+1}{x^2+2x}$ sur $]0; +\infty[$

5) $j(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$ sur $]0; +\infty[$

Ex 2 : Soit l'équation différentielle (E): $y' - 3y = -2e^x - 3x^2 + 2x$

1) Résoudre l'équation différentielle $(E_0): y' - 3y = 0$.

2) Vérifier que la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^x + x^2$ est une solution de l'équation différentielle (E).

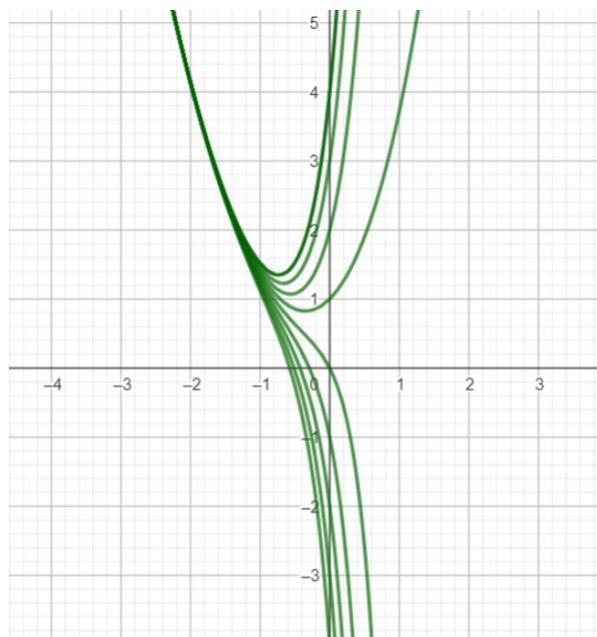
Propriété :

Pour trouver **TOUTES** les solutions de l'équation complète (E), il suffit de trouver les solutions de l'équation homogène associée (E_0) , et de leurs ajouter **UNE** solution particulière de l'équation complète.

3) En appliquant la propriété ci-dessus, déduire des deux questions précédentes l'ensemble des solutions de (E).

4) Déterminer la solution h de (E) qui vérifie la condition initiale $h(0) = 2$

5) Parmi les courbes ci-dessous, déterminer celle qui représente la solution de l'équation différentielle (E), vérifiant $h(0) = -1$



Correction :

Ex 1 :

1) $F(x) = \frac{7}{4}x^4 - 3\ln(x)$

2) $G(x) = \frac{1}{4}e^x + x^2$

3) $H(x) = e^{x^2 - x + 4}$

4) $I(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 2x)$

5) $J(x) = 6e^{\sqrt{x}}$

Ex 2 :

1) Les solutions de l'équation différentielle (E_0) sont les fonctions de la forme $f(x) = k e^{3x}$ où $k \in \mathbb{R}$

2) g est dérivable sur \mathbb{R} par somme de fonctions dérivables sur \mathbb{R} .

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$g'(x) = e^x + 2x$$

et :

$$g'(x) - 3g(x) = e^x + 2x - 3(e^x + x^2) = -2e^x - 3x^2 + 2x$$

g est donc bien une solution de (E) .

3) Les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions de la forme $h(x) = k e^{3x} + e^x + x^2$ où $k \in \mathbb{R}$

4) $h(0) = 2 \Leftrightarrow k + 1 = 2 \Leftrightarrow k = 1$

5)

