Tcomp **Pique-nique n ° 8**
- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :
1) 6 pts **2)** 14 pts

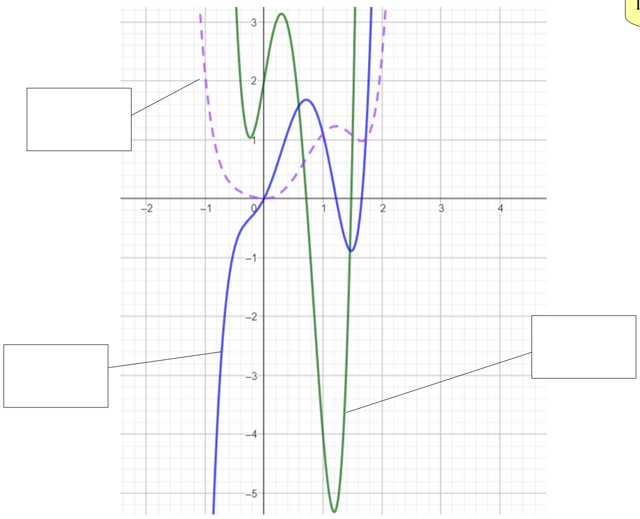
Nom :

Répondre sur cette feuille

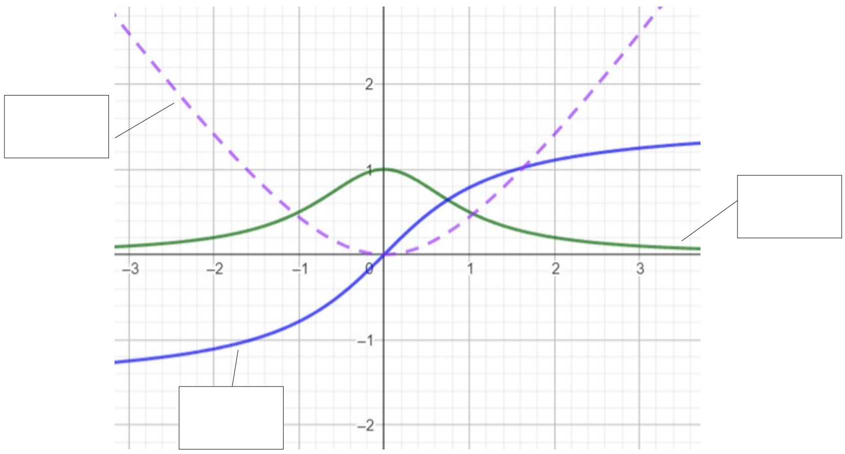
Ex 1 :

Dans chacun des cas déterminer les courbes correspondant aux fonctions f , f' et f''

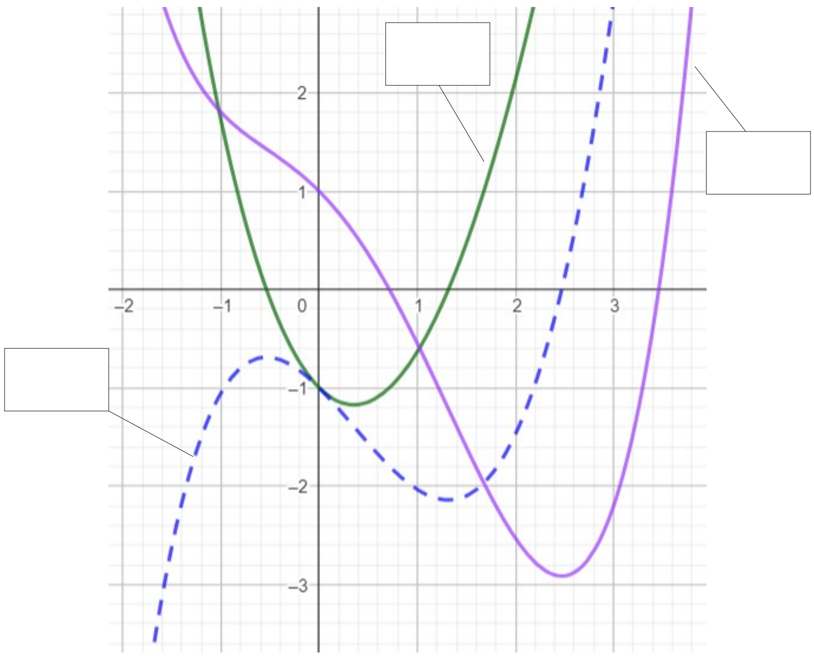
CAS 1



CAS 2



CAS 3

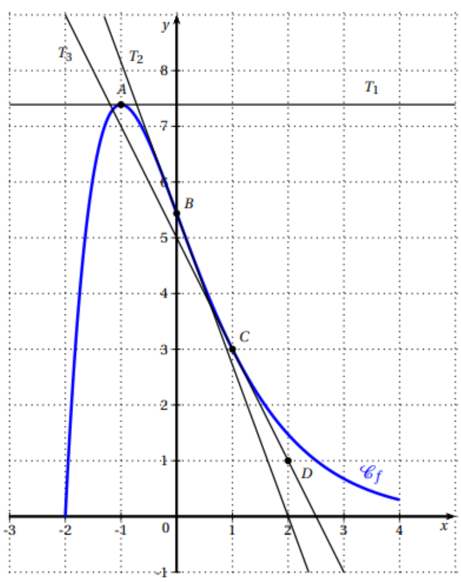


Ex 2 : Dans le repère ci-contre, on a tracé la courbe représentative C_f d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2 ; 4]$ ainsi que plusieurs tangentes à C_f :

- T_1 est la tangente au point A de coordonnées $(-1; e^2)$
- T_2 est la tangente au point B de coordonnées $(0 ; 2e)$,
- T_3 est la tangente au point C de coordonnées $(1 ; 3)$.

On sait que la tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses et que la tangente T_3 passe par le point D de coordonnées $(2 ; 1)$.

1) Déterminer $f'(-1)$ et $f'(1)$.



2) On admet que B est un point d'inflexion de la courbe C_f .
Quelle interprétation graphique peut-on faire ?

3) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point C.

PARTIE B : On admet que la fonction f de la partie A est définie, pour tout réel x de l'intervalle $[-2;4]$, par : $f(x)=(x+2)e^{-x+1}$

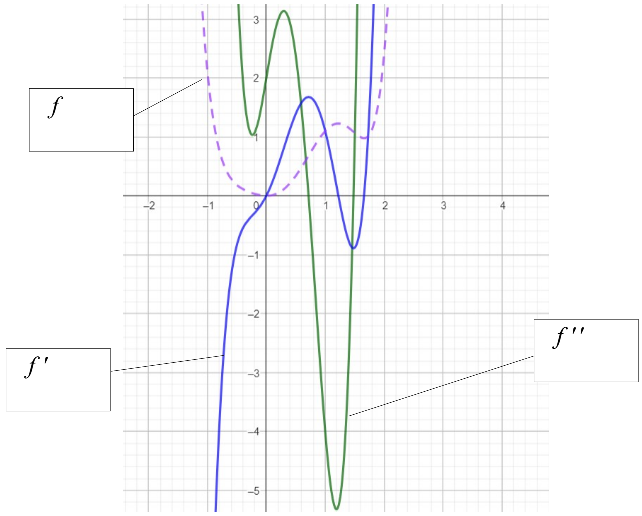
1) Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[-2 ; 4]$, on a $f'(x)=-(x+1)e^{-x+1}$.

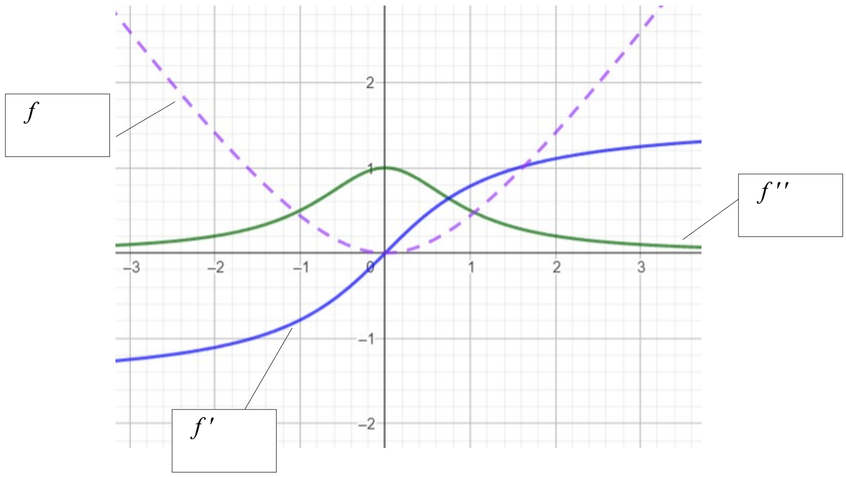
2) Dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

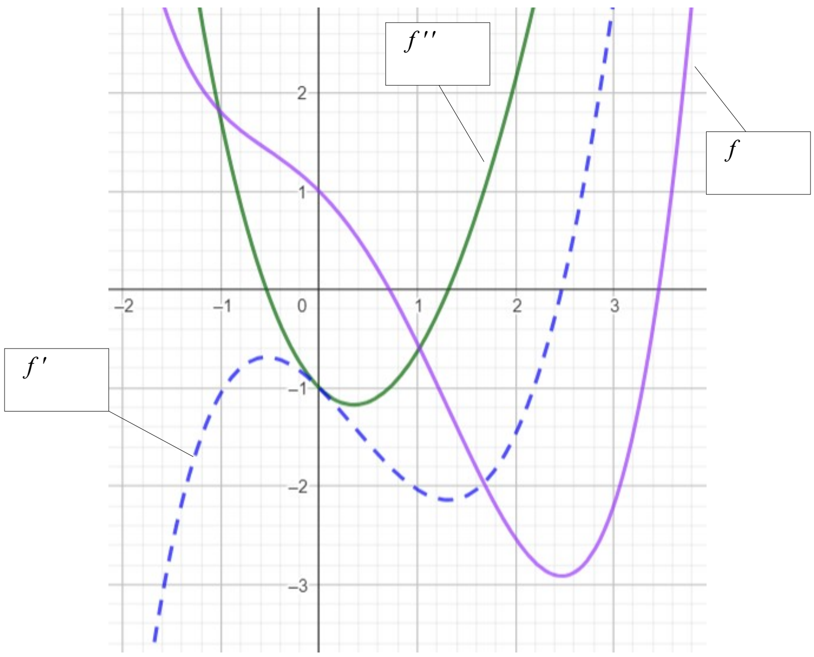
PARTIE C : Etudier la convexité de la fonction f .

Correction :

Ex 1 :







Ex 2 :

PARTIE A :

1. On sait que la tangente T_1 est parallèle à l'axe des abscisses et $A \in T_1$ donc $f'(x_A) = 0$ et donc $f'(-1) = 0$.
   Le point de la courbe d'abscisse 1 est le point C qui appartient à la tangente T_2 donc $f'(1)$ est le coefficient directeur de T_2. La droite T_2 passe par C et D donc a pour coefficient directeur $\dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{1-3}{2-1} = -2$. On déduit : $f'(1) = -2$.
2. On admet que B est un point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.
   Cela veut dire qu'au point B, la courbe traverse sa tangente.
3. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point C d'abscisse 1 a pour équation $y = f'(1)(x-1) + f(1)$.
   $f'(1) = -2$ et $f(1) = f(x_C) = 3$ donc T_3 a pour équation $y = -2(x-1) + 3$ soit $y = -2x + 5$.

PARTIE B :

1. $f'(x) = 1 \times e^{-x+1} + (x+2) \times (-1)e^{-x+1} = (1-x-2)e^{-x+1} = -(x+1)e^{-x+1}$
2. Pour tout réel x, $e^{-x+1} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-(x+1)$ qui s'annule et change de signe pour $x = -1$.
   $f(-2) = 0$; $f(-1) = e^2$ et $f(4) = 6e^{-3} \approx 0{,}3$
   On établit le tableau de variations de la fonction f sur $[-2\,;\,4]$:

x	-2		-1		4
$-(x+1)$		$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	e^2	$\searrow$	$6e^{-3}$

PARTIE C :

On trouve … $f''(x) = x\,e^{-x+1}$

Sur [0;4], $f''(x) \geqslant 0$, donc f est convexe.
Sur [-2;0], $f''(x) \leqslant 0$, donc f est concave.