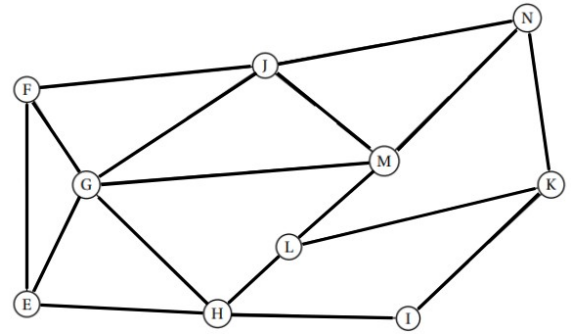


Répondre sur cette feuille

EX 1 : D'après Baccalauréat ES Métropole La Réunion 13 septembre 2019

Deux amis, Louisa et Antoine, passent la journée dans un parc d'attraction. Le plan du parc est donné par le graphe Γ ci-contre. Les arêtes de ce graphe représentent les allées du parc et les sommets correspondent aux intersections de ces allées. On a pondéré les arêtes de ce graphe par les temps de parcours en minutes.



1. Le graphe est-il connexe ? Justifier.

2. Antoine prétend avoir trouvé un itinéraire permettant d'emprunter chaque allée une et une seule fois mais Louisa lui répond que c'est impossible. Lequel des deux a raison ? Justifier la réponse.

3. On considère la matrice M ci-contre (a, b et c sont des entiers).

a. Déterminer les entiers a, b et c pour que la matrice M représente la matrice d'adjacence associée au graphe Γ , les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Soit S la matrice définie par : $S = M + M^2 + M^3$.
On admet que :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 8 & 7 & 1 & 4 & 2 & 2 & 5 & 3 \\ 7 & 4 & 9 & 3 & 2 & 8 & 1 & 4 & 4 & 3 \\ 8 & 9 & 8 & 10 & 1 & 10 & 5 & 2 & 11 & 3 \\ 7 & 3 & 10 & 2 & 6 & 5 & 0 & 8 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 6 & 0 & 2 & 5 & 0 & 4 & 0 \\ 4 & 8 & 10 & 5 & 2 & 6 & 2 & 4 & 8 & 7 \\ 2 & 1 & 5 & 0 & 5 & 2 & 0 & 7 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 8 & 0 & 4 & 7 & 0 & 8 & 1 \\ 5 & 4 & 11 & 2 & 4 & 8 & 1 & 8 & 4 & 8 \\ 3 & 3 & 3 & 5 & 0 & 7 & 6 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } S = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 11 & 9 & 2 & 6 & 2 & 3 & 6 & 3 \\ 9 & 7 & 12 & 5 & 2 & 10 & 1 & 4 & 6 & 4 \\ 11 & 12 & 13 & 12 & 2 & 13 & 5 & 4 & 13 & 5 \\ 9 & 5 & 12 & 6 & 7 & 6 & 2 & 9 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 7 & 2 & 2 & 6 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 10 & 13 & 6 & 2 & 10 & 3 & 5 & 11 & 9 \\ 2 & 1 & 5 & 2 & 6 & 3 & 3 & 8 & 3 & 7 \\ 3 & 4 & 4 & 9 & 2 & 5 & 8 & 3 & 9 & 3 \\ 6 & 6 & 13 & 4 & 4 & 11 & 3 & 9 & 8 & 10 \\ 3 & 4 & 5 & 5 & 1 & 9 & 7 & 3 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

b. Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant F à L . Préciser ces chemins.

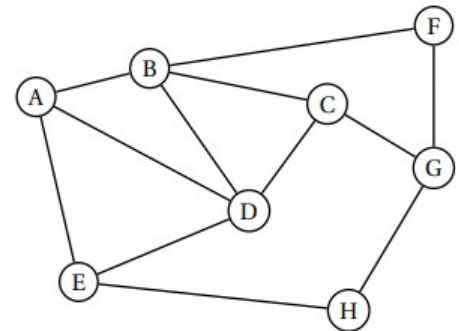
c. Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 partant de E .

d. Que signifie le coefficient à l'intersection de la première ligne et de la troisième colonne de S ?

EX 2 : D'après Baccalauréat ES Centres étrangers 8 juin 2016

Une compagnie aérienne utilise huit aéroports que l'on nomme A, B, C, D, E, F, G et H. Entre certains de ces aéroports, la compagnie propose des vols dans les deux sens. Cette situation est représentée par le graphe Γ ci-contre, dans lequel :

- les sommets représentent les aéroports,
- les arêtes représentent les liaisons assurées dans les deux sens par la compagnie.



1. a. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ est complet.

b. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ est connexe.

2. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ admet une chaîne eulérienne. Si oui, donner une telle chaîne.

3. Donner la matrice d'adjacence M du graphe Γ en respectant l'ordre alphabétique des sommets du graphe.

4. Pour la suite de l'exercice, on donne les matrices suivantes :
Un voyageur souhaite aller de l'aéroport B à l'aéroport H.

a. Déterminer le nombre minimal de vols qu'il doit prendre, Justifier les réponses à l'aide des matrices données ci-contre.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 3 & 7 & 6 & 1 & 4 & 1 \\ 8 & 4 & 8 & 8 & 3 & 6 & 1 & 4 \\ 3 & 8 & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 1 \\ 7 & 8 & 7 & 6 & 7 & 3 & 3 & 2 \\ 6 & 3 & 4 & 7 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 1 & 3 & 3 & 0 & 5 & 0 \\ 4 & 1 & 6 & 3 & 1 & 5 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 4 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

b. Donner tous les trajets possibles empruntant trois vols successifs.

Correction

https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_ES_Metropole_13_sept_2019_FH.pdf

https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_ES_1_Centres_etrangers_8_juin_2016_DT.pdf