

Colinéarité de deux vecteurs

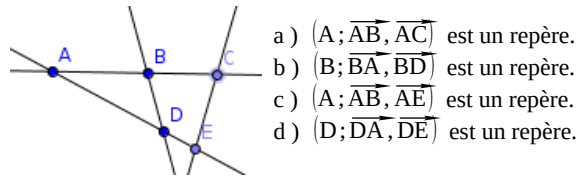
Ex 1 : Vrai ou faux - restituer les notions du cours

- 1) Si $\vec{u} = k \vec{v}$, alors il existe p tel que $\vec{v} = p \vec{u}$.
- 2) $\vec{0} = k \vec{0}$
- 3) $\vec{0} = 0 \vec{u}$
- 4) S'il existe $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, tels que $a \vec{u} + b \vec{v} = \vec{0}$, alors il existe $k \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{u} = k \vec{v}$

Ex 2 : QCM - restituer les notions du cours

- 1) $\vec{u} \begin{pmatrix} 17 \\ 0 \end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur de coordonnées :
 a) $\begin{pmatrix} 0 \\ -17 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 17 \\ -17 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -17 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- 2) Soit $k \in \mathbb{R}^*$. $\vec{u} \begin{pmatrix} k \\ -k \end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur de coordonnées :
 a) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ex 3 : Vrai ou faux - Repère



- a) $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$ est un repère.
- b) $(B; \vec{BA}, \vec{BD})$ est un repère.
- c) $(A; \vec{AB}, \vec{AE})$ est un repère.
- d) $(D; \vec{DA}, \vec{DE})$ est un repère.

Ex 4 :

Démontrer que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires :

- a) $-\vec{u} - 5 \vec{v} = \vec{u} + 2 \vec{v}$ b) $\vec{u} - \frac{2}{3} \vec{v} = \frac{1}{3} \vec{u} + \vec{v}$
- c) $\vec{u} = 2 \vec{t} + 2 \vec{w}$ et $\vec{v} = 3 \vec{t} + 3 \vec{w}$
- d) $\vec{u} = \sqrt{2} \vec{t} + 2 \vec{w}$ et $\vec{v} = 2 \vec{t} + 2 \sqrt{2} \vec{w}$
- e) $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC}$ et $\vec{v} = 2 \vec{AB} + 2 \vec{AC}$
- f) $\vec{u} = 2 \vec{AB} + \vec{AC}$ et $\vec{v} = \vec{AB} - \frac{1}{2} \vec{CA}$

Ex 5 :

Soit ABC un triangle.

- 1) Placer les points M et N tels que : $4 \vec{CN} = \vec{CA}$ et $4 \vec{MB} = \vec{AB}$.
- 2) Montrer que \vec{MN} et \vec{BC} sont colinéaires.

Ex 6 :

1) Donner les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{CD} , \vec{EF} , \vec{GH} et \vec{IJ}

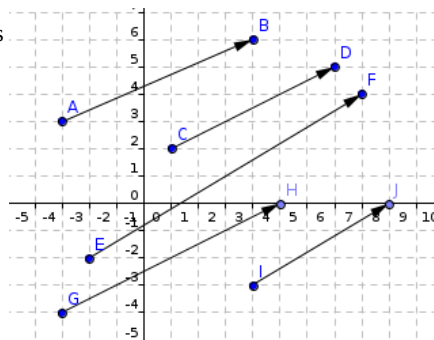
2) Les vecteurs \vec{EF} et \vec{IJ} sont-ils colinéaires ?

Déterminer, si c'est possible, k tel que $\vec{EF} = k \vec{IJ}$

3) Les vecteurs \vec{GH} et \vec{CD} sont-ils colinéaires ?

Déterminer, si c'est possible, k tel que $\vec{GH} = k \vec{CD}$

4) Les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont-ils colinéaires ?
 Déterminer, si c'est possible, k tel que $\vec{AB} = k \vec{CD}$



Ex 7 : Points alignés

Soit ABC un triangle quelconque et I, J et K les points définis par :

$$\vec{AI} = \frac{3}{2} \vec{AB} \text{ et } \vec{AK} = \frac{3}{4} \vec{AC} \text{ et J milieu du segment } [BC].$$

Montrer que I, J et K sont alignés.

Ex 8 : Quadrilatère

Soit ABCD un quadrilatère du plan et I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].

Que peut-on conjecturer au sujet de la nature du quadrilatère IJKL ?
 Montrer votre conjecture.

Ex 9 : Droites parallèles

Dans un triangle ABC, on considère les points G et H tels que

$$\vec{AB} = \frac{2}{3} \vec{AG} \text{ et } \vec{AH} = 2 \vec{HC}.$$

1) Exprimer les vecteurs \vec{BH} et \vec{GC} en fonctions des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .

2) Que peut-on dire des droites (BH) et (GC)

Condition de colinéarité

Ex 10 : Vrai ou faux - restituer les notions du cours

Soit deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ colinéaires. On a :

- a) $a'b - ab' = 0$ b) $ab' - a'b = 0$ c) $ab' = a'b$
- d) $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ e) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$

Ex 11 : QCM - restituer les notions du cours

$\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur de coordonnées :

- a) $\begin{pmatrix} -2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$

Ex 12 :

Dans un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$, on a A(-3;1) et B(0;3).

1) Déterminer les coordonnées du point C tel que les droites (AB) et (OC) soient parallèles et tel que la droite (AC) soit parallèle à l'axe des ordonnées.

2) Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (OD) soient parallèles et tel que la droite (AD) soit parallèle à l'axe des abscisses.

Ex 13 :

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$, Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont-ils colinéaires ?

- a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- d) $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{6} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ e) $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{6} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ \sqrt{6} \end{pmatrix}$

Ex 14 :

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$, Déterminer k pour que les

Décomposition d'un vecteur

vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires.

a) $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} k \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} k \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix}$

c) $\vec{u} \begin{pmatrix} k-1 \\ k^2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ k+1 \end{pmatrix}$ d) $\vec{u} \begin{pmatrix} k+1 \\ k \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} k-1 \\ -k \end{pmatrix}$

Équation d'une droite

Ex 15 : QCM - restituer les notions du cours

Donner la ou les bonne(s) réponse(s).

1) La droite d'équation $x-3=0$ passe par le point de coordonnées :

- a) A(0;3) b) B(3;0) c) C(3;3) d) D(0;0)

2) La droite $d: \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - 1 = 0$ admet aussi pour équation cartésienne :

- a) $x + \frac{3}{2}y + 3 = 0$ b) $3x + 2x - 1 = 0$ c) $\frac{2}{3}x + y - 2 = 0$ d) $2x + 3y = 6$

3) La droite $d: 4x + 2y - 1 = 0$ admet comme équation réduite :

- a) $y = -2x + 1$ b) $2y = -4x + 1$ c) $y = 2x + \frac{1}{2}$ d) $y = -2x + \frac{1}{2}$

4) La droite $d: ax + by + c = 0$ a pour vecteur directeur :

- a) $\vec{t} \begin{pmatrix} -b \\ -a \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$ c) $\vec{v} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ d) $\vec{w} \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$

5) La droite $d: y = 3x - 1$ a pour vecteur directeur :

- a) $\vec{t} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $\vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ex 16 : Utiliser la condition de colinéarité

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$. Les questions sont indépendantes.

1) Dans chacun des cas ci-dessous, déterminer l'équation de la droite (AB).

- a) A(2;-3) et B(4;1) b) A($\frac{1}{2}; 1$) et B($\frac{1}{4}; 0$)

2) Soit $d: 2x + y - 1 = 0$. Déterminer les droites parallèles à d .

- a) $d_1: 2x + y + 2 = 0$ b) $d_2: x + y - 3 = 0$
 c) $d_3: 4x + 2y - 1 = 0$ d) $d_4: -2x + y - 1 = 0$

3) Soit $d: y = 3x - 1$. Déterminer les droites parallèles à d .

- a) $d_1: 2x - 3y + 1 = 0$ b) $d_2: 3x - y + 3 = 0$
 c) $d_3: 6x + 2y - 1 = 0$ d) $d_4: -6x + 2y + 1 = 0$

4) Soit $d: -x + 3y - \frac{3}{2} = 0$. Déterminer les droites parallèles, sécantes ou confondues avec la droite d .

- a) $d_1: 2x - 6y + 3 = 0$ b) $d_2: 2x + 6y - 3 = 0$
 c) $d_3: x - 3y - 1 = 0$ d) $d_4: -2x + 6y - 1 = 0$

Ex 17 : Déterminer un vecteur directeur

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer un vecteur directeur de la droite d à coordonnées entières.

a) $d: y = \frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$ b) $d: y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

2) Déterminer (si possible) un vecteur directeur de la droite d , dont la première coordonnée est 5.

- a) $d: x + 3y - 2 = 0$ b) $d: x - 5 = 0$ c) $x + y = 0$

Ex 18 : Équation d'une droite définie par un point et un vecteur directeur.

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

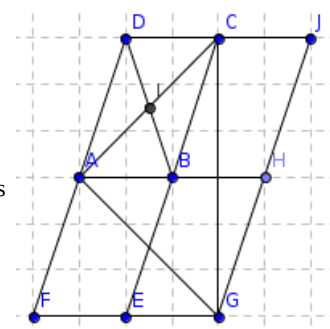
Déterminer l'équation de la droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u} .

- a) A(3;5) et $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) A(-1;3) et $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Ex 19 : Équations de droites dans des repères différents.

1) Déterminer les coordonnées des points C, I et G dans les repères $(A; \vec{AB}, \vec{AD})$ et $(F; \vec{FE}, \vec{FA})$.

2) Déterminer les équations des droites (CG) et (AG) dans les repères $(A; \vec{AB}, \vec{AD})$ et $(F; \vec{FE}, \vec{FA})$.



Ex 20 : Colinéarité et équations d'une droite

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$. Les questions sont indépendantes.

1) Déterminer a et b tels que les deux points A et B soient sur d .

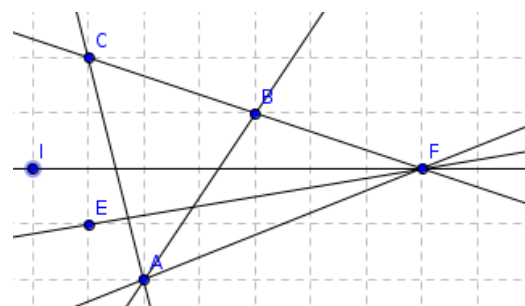
- a) $d: 2x + y - 1 = 0$ avec A(2;a) et B(b;5)
 b) $d: x - y - 4\sqrt{2} = 0$ avec A($-\sqrt{2}; a$) et B(b; $2\sqrt{2}$)

2) Déterminer l'équation de la droite passant par le point A de la droite d et par le point B.

- a) $d: x + y + 1 = 0$ avec A(2;a) et B(2;0)
 b) $d: x - y + 1 = 0$ avec A(1;a) et B(1;0)

Ex 21 : Méthode de l'escalier

Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur des droites (AB), (AC), (AF), (IF) et (EF)



Ex 22 : Équation de la droite passant par un point et parallèle à une autre droite

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par A(-1;1) et parallèle à $d : x - 2y + 1 = 0$.

2) Déterminer une équation réduite de la droite passant par B(-2;2) et parallèle à $\Delta : y = -\frac{2}{3}x + 2$.

Problèmes

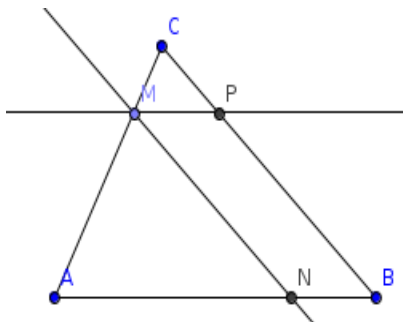
Ex 23 : Système de Cramer

En interprétant le système $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$, comme la recherche de l'intersection de deux droites, déterminer la condition sur a, b, a' et b' pour que le système ait une solution unique.

Ex 24 : Utilisation des coordonnées.

Soit ABC un triangle. On considère un point M de la droite (AC) défini par $\vec{AM} = t \vec{AC}$ (avec $t \neq 0$).

La parallèle à (AB) passant par M coupe (BC) en P et la parallèle à (BC) passant par M coupe (AB) en N.



1) a) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, M et N dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AC})$.

b) Déterminer une équation cartésienne de la droite (BC). En déduire les coordonnées du point P.

2) Soit K un point de la droite (AB) défini par $\vec{AK} = k \vec{AB}$ (avec $k \neq 2$).

a) Compléter la figure.

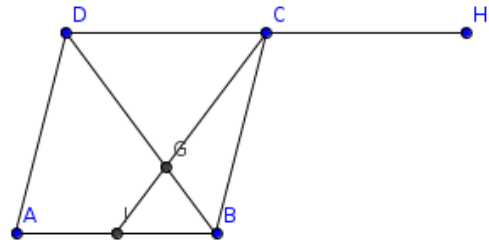
b) Calculer t en fonction de k pour que les droites (PN) et (CK) soient parallèles.

c) Effectuer les constructions pour $k = \frac{1}{2}$ et pour $k = -1$.

Ex 25 : Choisir une décomposition pertinente.

Soit ABCD un parallélogramme.

Soit I le milieu de [AB] et H le symétrique du point D par rapport au point C. Les droites (IC) et (DB) se coupent au point G.



1) Montrer que G est le centre de gravité du triangle ABC.

2) Montrer que les points A, G et H sont alignés.

Ex 26 : Algorithme (consulter colinearite_droites_algo26.htm)

Compléter les pointillés.

```

1  VARIABLES
2  xA EST_DU_TYPE NOMBRE
3  yA EST_DU_TYPE NOMBRE
4  xB EST_DU_TYPE NOMBRE
5  yB EST_DU_TYPE NOMBRE
6  xC EST_DU_TYPE NOMBRE
7  yC EST_DU_TYPE NOMBRE
8  DEBUT_ALGORITHME
9  LIRE xA
10 LIRE yA
11 LIRE xB
12 LIRE yB
13 LIRE xC
14 LIRE yC
15 SI ((xB-xA)*(yC-yA)-(yB-yA)*(xC-xA)==0) ALORS
16   DEBUT_SI
17   AFFICHER .....
18   FIN_SI
19 SINON
20   DEBUT_SINON
21   AFFICHER .....
22   FIN_SINON
23 FIN_ALGORITHME
    
```