

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

### Droites

#### **Ex 11-1 : Restituer les notions du cours**

1) Donner un vecteur orthogonal au vecteur non nul  $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ .

2) Donner un vecteur directeur de la droite d'équation  $y = -3x + 2$ .

3) Donner un vecteur normal à la droite d'équation  $2x - 5y + 3 = 0$ .

4)  $\vec{j}$  est-il un vecteur directeur de la droite d'équation  $y = 4$  ?

5) La droite d'équation  $4x - 3y + 2 = 0$  est perpendiculaire à une certaine droite  $d$ . Donner un vecteur directeur de  $d$ .

6) Dire à chaque fois, s'il s'agit d'un vecteur directeur, d'un vecteur normal, ou d'un vecteur qui n'est ni directeur, ni normal à la droite d'équation  $5x - 3y + 7 = 0$ .

$$u_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} \qquad u_2 \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$u_3 \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad u_4 \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$u_5 \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix} \qquad u_6 \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

#### **Ex 11-2 : Déterminer des équations de droites perpendiculaires**

1) Écrire une équation de la droite  $d_1$  passant par  $A(-3; 2)$  et de vecteur normal  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

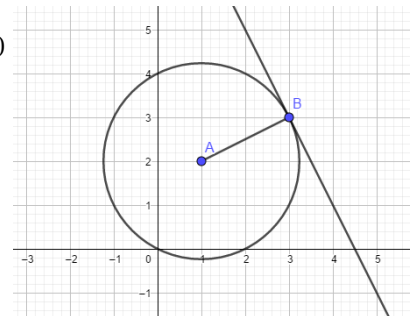
2) Écrire une équation de la droite  $d_2$  passant par  $B(5; -6)$  et perpendiculaire à la droite  $\Delta_1: 3x + 5y - 7 = 0$ .

3) Écrire une équation de la droite  $d_3$  passant par  $C(2; 7)$  et perpendiculaire à la droite  $(O; \vec{i})$ .

#### **Ex 11-3 : Tangente à un cercle**

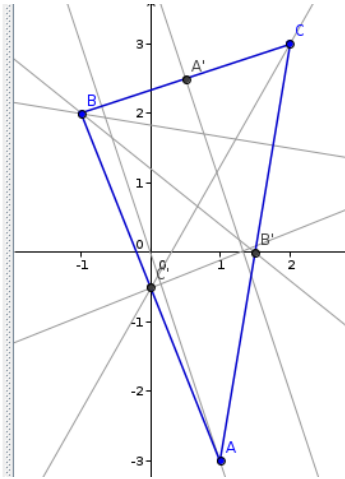
Le cercle  $C$  a pour centre  $A(1; 2)$  et passe par le point  $B(3; 3)$ .

Déterminer une équation de la droite  $d$  tangente au cercle  $C$  au point  $B$ .



## Ex 11-4 : Droite d'Euler

- Objets libres
- $A = (1, -3)$
- $B = (-1, 2)$
- $C = (2, 3)$
- Objets dépendants
- $A' = (0.5, 2.5)$
- $B' = (1.5, 0)$
- $C' = (0, -0.5)$
- $a = 3.16$
- $b = 6.08$
- $c = 5.39$
- $d: 3.5x - 2y = 1$
- $e: -3x - y = 0$
- $f: x + 6y = 11$
- $g: 2x - 5y = 2.5$
- $h: -3x - y = -4$
- $i: -2x - 2.5y = -3$



1) a) Tracer en rouge les deux médianes du triangle ABC qui ont été représentées sur la figure . Associer à ces médianes leur équation.

b) Retrouver par le calcul l'équation de la médiane issue de C.

c) En déduire les coordonnées du point G, centre de gravité de ABC et placer G sur la figure.

2) a) Tracer en bleu les deux médiatrices du triangle ABC qui ont été représentées sur la figure . Associer à ces médiatrices leur équation.

b) Retrouver par le calcul l'équation de la médiatrice relative au côté [BC].

c) En déduire les coordonnées du point  $\Omega$  , centre du cercle circonscrit de ABC et placer  $\Omega$  sur la figure.

3) a) Tracer en vert les deux hauteurs du triangle ABC qui ont été représentées sur la figure . Associer à ces hauteurs leur équation.

b) En déduire les coordonnées du point H, orthocentre de ABC et placer H sur la figure.

4) Démontrer que G, H et  $\Omega$  sont alignés.



**Ex 11-8 : Distance d'un point à une droite**

Soit A(9;2) un point du plan et  $d$  la droite d'équation  $-x+3y+13=0$ .

1) a) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point A sur la droite  $d$ .


b) En déduire la longueur AH

2) a) Compléter le programme ci-dessous écrit en Python, afin qu'il calcule la distance entre un point de coordonnées  $(u;v)$  et une droite d'équation  $ax+by+c=0$ .

Pour cette question, on pourra utiliser les formules suivantes.

<p>Si <math>ad - bc \neq 0</math>, le système</p> $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ <p>a pour unique solution :</p> $x = \frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{ed - bf}{ad - bc}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{af - ec}{ad - bc}.$
--

On notera  $mx+ny+p=0$  l'équation de la droite (AH).

<pre> 1 a=float(input("a=")) 2 b=float(input("b=")) 3 c=float(input("c=")) 4 u=float(input("u=")) 5 v=float(input("v=")) 6 if (..... ): 7     print("AH=0") 8 else: 9     m=..... 10    n= ... 11    p=..... 12    xH=(b*p-c*n)/(a*n-m*b) 13    yH=(m*c-a*p)/(a*n-m*b) 14    AH=..... 15    print(AH) </pre>	
--	---

b) Tester ce programme avec le point A et la droite  $d$ .

**Cercles****Ex 11-9 : Équation d'un cercle défini par son centre et son rayon**

1) Donner une équation du cercle de centre (4;7) et de rayon 3.

2) Donner une équation du cercle de centre (-2;0) et de rayon 5.

**Ex 11-10 : Équation d'un cercle défini par son diamètre**

Donner une équation du cercle  $C$  de diamètre [EF] où E(3;5) et F(-4;2).

**Ex 11-11 : Reconnaître l'équation d'un cercle.**

1) Dire à chaque fois si l'équation donnée est l'équation d'un cercle. Dans l'affirmative, préciser son centre et son rayon.

a)  $x^2+y^2-5x+3y=-1$

b)  $x^2+6x+y^2-4y+15=0$

c)  $x^2+8x+y^2-4y+20=0$

d)  $x^2+y^2-8x+y=-20$

e)  $3x^2-4x+3y^2-6y-15=0$

f)  $2x^2+4x+y^2-3y-8=0$

2) Déterminer les valeurs du réel  $k$  telles que l'équation  $x^2+y^2-2x+6y=k$  soit l'équation d'un cercle.

3) Existe-t-il un réel  $a$  tel que l'équation  $x^2+y^2-2ax+4y=20$  soit celle d'un cercle de rayon 7 ?

Dans l'affirmative, préciser les coordonnées de son centre.

4) Montrer que l'équation  $x^2+y^2-2ax-2by=0$  ( où  $a \neq 0$  et  $b \neq 0$  ) est toujours celle d'un cercle . Préciser son centre et son rayon.

**Ex 11-12 : Déterminer l'équation d'un cercle tangent à une droite**



Soit  $A(2;3)$  un point du plan et  $d$  la droite d'équation  $x+y+1=0$  .

1) En modifiant le programme de l'Ex 11-8 conjecturer les coordonnées du projeté orthogonal  $H$  du point  $A$  sur  $d$  . Vérifier que le point obtenu est bien le projeté orthogonal.

2 ) Déterminer une équation du cercle de centre A tangent à la droite  $d$  .

**Ex 11-13 : Cercle circonscrit**

Soit A(-1;3), B(-2;5) et C(3;5).

1 ) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

2 ) Déterminer une équation du cercle circonscrit au triangle ABC.  
( c'est à dire passant par A, B et C)

**Ex 11-14 : Position relative d'une droite et d'un cercle**

Soit C le cercle d'équation  $x^2+y^2-2x-6y+8=0$  et  $d_m$  la droite d'équation  $mx-y+5=0$  ( où  $m$  est un réel )

1 ) Déterminer le centre A et le rayon du cercle C.

2 ) Exprimer en fonction de  $m$  les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur la droite .

3 ) a ) Montrer que  $AH^2 = \frac{(m+2)^2}{m^2+1}$

b ) En déduite la position relative de la droite  $d_m$  et du cercle C selon les valeurs de  $m$  .

**Ensemble de points****Ex 11-15 : Ensemble de points :  $MA^2+MB^2=k$** 

Soit les points A(-2 ; -5) et B(2 ; -1).

1) Déterminer une équation du cercle  $C$  de diamètre  $[AB]$ .

2) a) Prouver que le point O n'appartient pas à  $C$ .

b) Déterminer les coordonnées exactes des points d'intersection de  $C$  et de l'axe des ordonnées.

c) Démontrer que  $C$  ne coupe pas l'axe des abscisses.

3) On considère l'ensemble  $E$  des points  $M$  du plan tels que

$$MA^2+MB^2=32.$$

On considère  $M(x; y)$ . Exprimer  $MA^2+MB^2$  en fonction de  $x$  et  $y$ , puis en déduire la nature de l'ensemble  $E$ .

**Ex 11-16 : Ensemble de points :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = k$  et  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$** 

Soit les points A(-1;2) et B(3;-1).

On veut déterminer l'ensemble  $E$  des points  $M$  tels que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -1$

1) On pose  $M(x; y)$ . démontrer que  $E$  est une droite dont on donnera une équation.

2) On veut déterminer l'ensemble F des points M tels que  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -1$   
 Démontrer que  $M(x; y)$  appartient à F si et seulement si  
 $x^2 + y^2 - 2x - y - 4 = 0$  .

En déduire que F est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

**Ex 11-17 :** Ensemble de points :  $\frac{MA}{MB} = k$

Soit A(1;2) et B(2;-1) deux points du plan. On cherche à déterminer l'ensemble E des points M du plan vérifiant  $\frac{MA}{MB} = 2$

1) Montrer que  $M \in E$  si et seulement si  $MA^2 - 4MB^2 = 0$

2) Démontrer que les coordonnées de  $M(x; y)$  vérifient l'équation :

$$x^2 + y^2 - \frac{14}{3}x + 4y + 5 = 0$$

3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble E.

**Ex 11-18 :** Ensemble de points équidistants d'un point et de (Ox)

Soit le point F(0;4) . Le but de l'exercice est de déterminer l'ensemble des points  $M(x; y)$  équidistants du point F et de l'axe des abscisses.

1) Exprimer le carré de la distance  $d$  du point M à l'axe des abscisses.

2) Exprimer le carré de la distance MF.

3) En déduire l'équation de l'ensemble des points M du plan équidistants de l'axe des abscisses et du point F.