

Définition :

On appelle **radian** (*rad*) la mesure de l'angle au centre qui intercepte, sur un cercle de rayon R, un arc de longueur R.

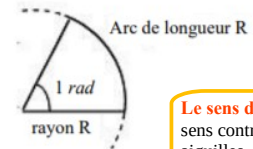
CALCULATRICE :



Il faut bien choisir l'unité : **degré** ou **radian**

Les mesures d'un angle en radian et en degré sont proportionnelles

mesures en degré	180	360	90	45	60	30
mesures en radian	π	2π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$



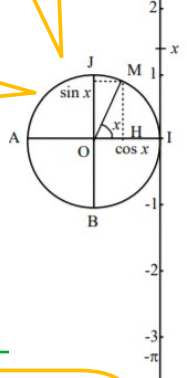
Le sens direct est le sens contraire des aiguilles d'une montre.

L'enroulement de la droite numérique :

À tout réel x , on associe un point M du cercle trigonométrique par enroulement de la droite des réels. Ce point M est unique.

- L'abscisse x_M du point M est le **cosinus** de x (noté $\cos x$)
- L'ordonnée y_M du point M est le **sinus** de x (noté $\sin x$)

Un cercle trigonométrique est un cercle orienté dans le sens direct et de rayon 1.



Lien avec les formules dans un triangle rectangle :

Dans le triangle HOM rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{HOM} = \frac{OH}{OM} = \frac{x_M}{1} = \cos x \quad \text{et} \quad \sin \widehat{HOM} = \frac{HM}{OM} = \frac{y_M}{1} = \sin x$$

Valeurs remarquables :

x (en degré)	0	30	45	60	90
x (en radian)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

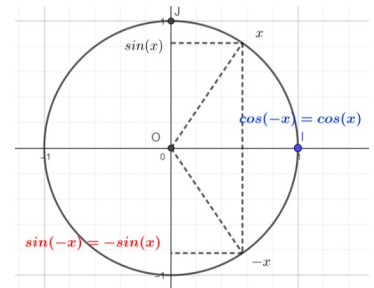
Astuce :
- On écrit 0, 1, 2, 3, 4 dans chacune des cases
- puis on applique la racine carrée
- et on divise par 2

C'est les mêmes résultats que pour le sin, mais dans l'autre sens

Propriétés :

Pour tout réel x , on a :

- $\forall k \in \mathbb{Z}, \cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$ et $\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$
- $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$
- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$



On note :

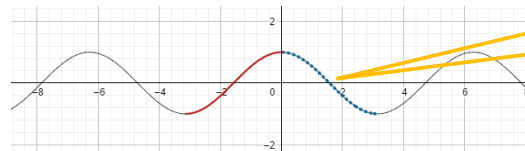
$$\cos^2 x = (\cos(x))^2$$

$$\sin^2 x = (\sin(x))^2$$

La fonction cosinus :

- La **fonction cosinus**, notée \cos , est la fonction définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto \cos(x)$
- La fonction \cos est **paire**. (La représentation graphique de la fonction \cos admet donc l'axe des ordonnées pour axe de symétrie)
- La fonction \cos est **périodique** de période 2π (Il suffit de représenter la courbe sur un intervalle d'amplitude 2π , puis on complète la courbe en utilisant des translations de vecteurs $2k\pi \vec{i}$ ($k \in \mathbb{Z}$))

Grâce au cercle trigonométrique, on voit que la fonction \cos est décroissante sur $[0; \pi]$



Ces deux courbes s'appellent des **sinusoïdes**

La fonction sinus :

- La **fonction sinus**, notée \sin , est la fonction définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto \sin(x)$
- La fonction \sin est **impaire**. (La représentation graphique de la fonction \sin admet donc l'origine du repère pour centre de symétrie)
- La fonction \sin est **périodique** de période 2π (Il suffit de représenter la courbe sur un intervalle d'amplitude 2π , puis on complète la courbe en utilisant des translations de vecteurs $2k\pi \vec{i}$ ($k \in \mathbb{Z}$))

Grâce au cercle trigonométrique, on voit que la fonction \sin est croissante sur $[0; \frac{\pi}{2}]$ puis décroissante sur $[\frac{\pi}{2}; \pi]$

