Ex 1 : *Une première fonction, graphique, vocabulaire*

Les objectifs de cet exercice sont de revoir la notion de fonction, ce que veut dire l'expression en fonction de et les mots image et antécédent.

En électricité, on utilise une égalité qui s'appelle la loi d 'Ohm et qui s'écrit : $U=RI$ où U est la tension aux bornes d'un appareil en Volts (V), R est la résistance en Ohms (Ω) et I l'intensité du courant en Ampères (A).
Si la résistance d'un appareil est 5 Ω, on a donc l'égalité $U=5I$.
Mathématiquement, on a donc une fonction définie par $U=f(I)=5I$.
Pour les questions 1, 2, 3, 4 ci-dessous, compléter chaque fois le tableau :

Intensité I (A)	3	7		antécédent
Tension U (V)			50	image

1) Quelle est la tension lorsque l'intensité est égale à 3 A? Écrire le calcul.
...
2) En mathématiques,
– le résultat précédent est l'image de 3 par la fonction f ;
– le nombre 3 est l'antécédent du résultat précédent par la fonction f .

Compléter : par la fonction f , l'image de 3 est ...
L'antécédent de ... est 3.

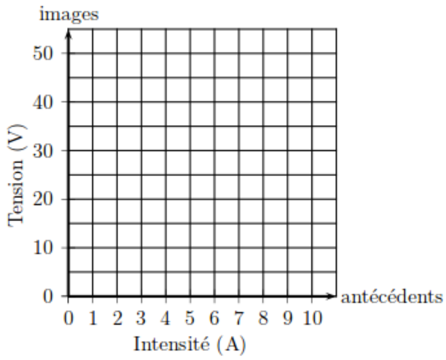
3) a) Quelle est l'image de 7 par la fonction f ? Écrire le calcul.
...

b) Traduire le résultat précédent par une phrase avec tension et intensité.
...

4) a) Quelle est l'antécédent de 50 par la fonction f ? Écrire une équation.
...

b) Traduire le résultat précédent par une phrase avec tension et intensité.
...

5) Tracer la représentation graphique de la tension U en fonction de l'intensité I , pour des intensités comprises entre 0 et 10 A.



6) Comment appelle-t-on ce type de fonction en mathématiques ?
...

7) On a étudié la fonction f pour des intensités comprises entre 0 et 10 A. Le vocabulaire mathématique pour dire cela est « l'ensemble de définition de la fonction f est l'intervalle [0; 10] ».
Qu'est ce qui peut expliquer concrètement qu'on se limite à ces valeurs là?
...

Ex 2 : *Une fonction définie par une formule – fonction affine*

x représente la distance en km parcourue par une voiture. La fonction définie par $f(x)=-0,08x+50$ donne le volume de carburant qui reste dans le réservoir en L a près x kilomètres parcourus.
1) Calculer le volume restant après 100 km.

2) Quelle est la distance parcourue quand il reste 10 L dans le réservoir? Résoudre une équation.

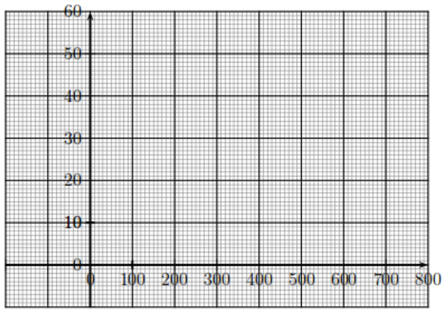
3) Traduire les deux résultats précédents dans le vocabulaire mathématique (image, antécédent).

4) Compléter ce tableau de valeurs.

Distance x (km)	100			antécédent
Volume V (L)		10		image

5) Tracer la représentation graphique de la fonction f .

6) Pour quelle distance parcourue le réservoir sera-t-il vide? Résoudre une équation.



7) Pour cette fonction f , quelle grandeur est en fonction de l'autre ?

8) Dans cette situation, l'ensemble de définition est l'intervalle de la plus petite distance parcourue à la plus grande possible. Indiquer l'ensemble de définition.

9) a) Placer sur la figure le point A de coordonnées (200 ; 38).

b) Le point A appartient-il à la représentation graphique de la fonction f ? Justifier par un calcul.

c) Mêmes questions a) et b) pour le point $B(400;18)$

Fonction définie par un algorithme

Ex 3 :

Voici un programme de calcul, écrit en Python.

```
x=float(input("x= ")
x=x*3
x=x+7
print(x)
```

1) Compléter le tableau ci-dessous :

nombre en entrée	5	$\frac{4}{3}$	-3	2,5
nombre en sortie	...	...	...	...

2) La fonction du programme ci-dessus est définie par : $f(x)=$

Ex 4 :

Compléter en dessous de chaque programme par une formule en fonction de x .

x=float(input("x= ") x=-5*x x=x+2/7 print(x)	x=float(input("x= ") x=x-3 x=x**3 print(x)
$f(x)=$ ...	$f(x)=$ ...

Ex 5 :

Écrire un programme pour chacune des fonctions définies ci-dessous :

a) $f(x)=x^2-1$ b) $f(x)=5(x-2)$ c) $f(x)=x^2-x$

Ex 6 : (consulter **fonction_python6**)

```
xA,yA=float(input("xA=")),float(input("yA="))
c=xA**2-7
if (c==yA):
   print("le point est sur la courbe")
else :
   print("le point n'est pas sur la courbe")
```

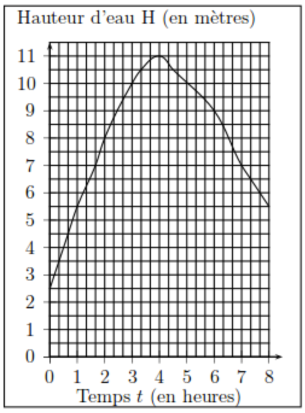
1) Que répond le programme ci-dessus pour chacun des couples de coordonnées suivants (indiquer simplement « oui » ou « non »)?
a) $(2;-3)$ b) $(4;10)$ c) $(-5;18)$

2) Que fait ce programme? Indiquer la fonction concernée.

3) Améliorer ce programme pour qu'il indique si le point est en dessous de la courbe, sur la courbe, ou au dessus de la courbe.
(**Faire tourner le programme**)

Ex 7 : *Une fonction définie par une courbe*

Le graphique ci-dessous décrit les variations de la hauteur d'eau du port de St Malo (en Métropole, en Bretagne) de 0h (minuit) à 8h. Il représente une fonction f .



1) a) Pour cette fonction f , quelle grandeur est en fonction de l'autre?
b) Quelle est l'égalité qui convient?
$t=f(h)$ ou $h=f(t)$

2) Quel est l'ensemble de définition de cette fonction f ?

3) La fonction f est-elle linéaire? Est-elle affine? Justifier la réponse.

4) Répondre aux questions suivantes et tracer des traits sur le graphique.
a) Indiquer la hauteur d'eau à 7h20.
b) À quelle heure la hauteur d'eau est-elle égale à 4,5 m?
c) Quelle est l'image de 1 par la fonction f ?
d) Quels sont approximativement le ou les éventuels antécédents de 10,5 par la fonction f ?

5) a) Traduire les questions 4) a) et 4) b) et leurs réponses en vocabulaire mathématiques (fonction, image, antécédent).
b) Traduire les questions 4) c) et 4) d) et leurs réponses de manière concrète (temps et hauteur d'eau).

Ex 8 : *Une fonction définie par un tableau*

Ce tableau donne la distance de freinage d d'une voiture en fonction de sa vitesse v , sur une route sèche. La distance est en mètres et la vitesse en kilomètres par heure. Ce tableau est le tableau de valeurs d'une fonction f .

v	0	40	50	70	90	100	110	130	antécédent
d	0	11	16	32	52	64	80	109	image

1) a) Pour cette fonction f , quelle grandeur est en fonction de l'autre?
b) Compléter : . . . = f(. . .)

2) D'après le tableau quel est l'ensemble de définition?

3) Quelle est l'image de 50 par la fonction f ?

4) Quel est l'antécédent de 80 par la fonction f ?

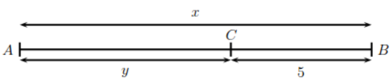
5) Traduire les deux réponses précédentes de manière concrète avec les mots vitesse et distance.

6) Tracer la représentation graphique de la fonction f .
(abscisses : 1cm pour 10 km/h – ordonnées : 1cm pour 10 m)

7) Écrire une légende pour chaque axe et donner un titre à la représentation graphique.

8) La fonction f est-elle affine? Justifier

Ex 9 :



Sur la figure ci-dessus, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est sur le segment $[AB]$, et on a : $AB=x$, $AC=y$, $BC=5$ cm

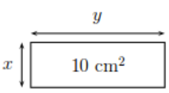
1) Écrire y en fonction de x.

2) Quelle est la valeur minimale de x ?

3) On suppose que la longueur x est au maximum égale à 12 cm. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ? Donner un intervalle.

Ex 10 :

Le rectangle ci-contre n'est pas tracé en vraie grandeur, et son aire est égale à 10 cm^2



1) Calculer y lorsque $x=2$ cm, puis lorsque $x=5$ cm

2) Écrire y en fonction de x .

3) Est-ce une fonction affine? Justifier.

4) Est-ce que x peut être égal à 0?

5) On suppose que la longueur x est au maximum égale à 10 cm.
Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ? Donner un intervalle.

6) Compléter le tableau ci-dessus, en arrondissant à 0,1 près.

x (cm)	1	2	4	5	6	8	10
y (cm)	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

7) Tracer la représentation graphique de la fonction f .

Ex 11 :

La fonction f est définie par $f(x)=\dfrac{5}{2-x}$

1) Compléter le tableau de valeurs . Si c'est nécessaire, arrondir les résultats au dixième près.

x	2	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7
$f(x)$	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .

2) Quelle image ne peut-on pas calculer ? Pourquoi ?

3) Parmi les ensembles suivants, lesquels conviennent comme ensemble de définition de la fonction f ?
$[0;5]$, $[2;10]$, $]2;10]$, $\mathbb{R}$, $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$

4) On prend comme ensemble de définition l'intervalle $[3;7]$.
Tracer la représentation graphique de la fonction f .

Ex 12 :

Dans chaque cas, déterminer l'ensemble de définition de f :

a) $f(x)=\dfrac{x-2}{3}$ b) $f(x)=\dfrac{3}{x-2}$ c) $f(x)=-\dfrac{1}{3}(x-5)^2$ d) $f(x)=\sqrt{x-3}$

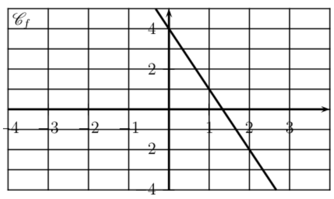
e) $f(x)=\dfrac{5}{\sqrt{x-3}}$ f) $f(x)=\dfrac{x-5}{2x-3}$ g) $f(x)=\dfrac{x}{5}-\sqrt{x+2}$ h) $f(x)=\dfrac{3}{x}-\sqrt{3}$

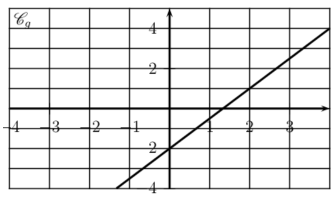
Équations

Ex 13 :

Les fonctions f et g sont définies par $f(x)=-3x+4$ et $g(x)=1,5x-2$ et sont représentées graphiquement ci-dessous.

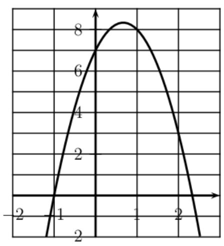
Résoudre les équations $f(x)=2$ et $g(x)=3$ d'abord graphiquement, en traçant des traits, puis en résolvant chaque équation par le calcul.





Ex 14 :

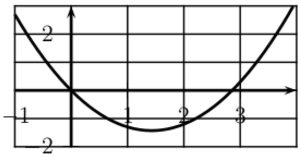
La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+1)(7-3x)$.
Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.



1) D'après la représentation graphique de f , déterminer le ou les éventuels antécédents de 0. Arrondir à l'unité ou au dixième.

2) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation.

Ex 15 :

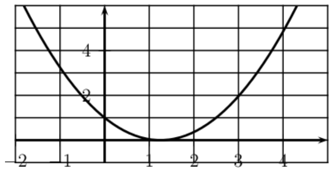


La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=0,7x^2-2x$.
Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.

1) D'après la représentation graphique de f , déterminer le ou les éventuels antécédents de 0. Arrondir à l'unité ou au dixième.

2) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation (factoriser d'abord $f(x)$).

Ex 16 :



La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(0,8x-1)^2$.

Sa représentation graphique est dans le repère ci-contre.

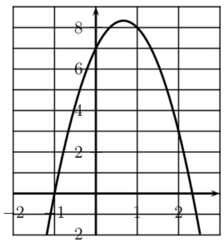
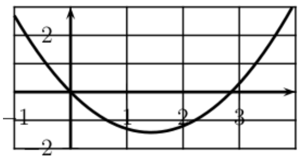
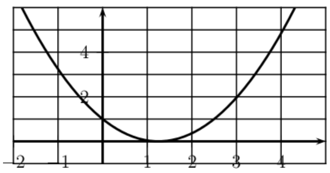
1) D'après la représentation graphique de f , déterminer le ou les éventuels antécédents de 4. Arrondir à l'unité ou au dixième.

2) Retrouver les valeurs exactes des résultats précédents en résolvant une équation.

Résolutions graphiques d'inéquations

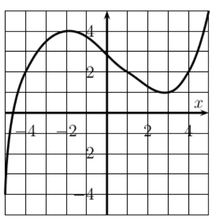
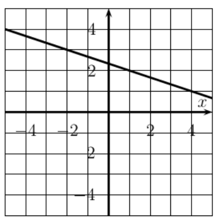
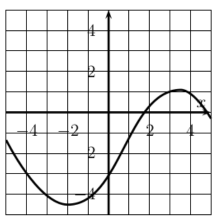
Ex 17 :

Les représentations graphiques ci-dessous sont celles des exercices 14, 15, 16.
Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée. Il faudra utiliser les résultats de ces exercices et colorier l'ensemble des solutions.

 $f(x)\geqslant 0$	$f(x)\geqslant 0$ 
	$f(x)\leqslant 4$

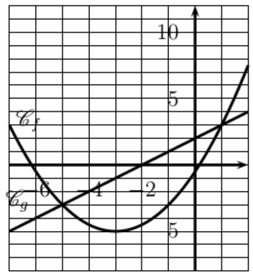
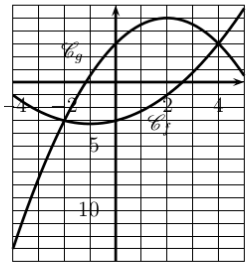
Ex 18 :

L'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-5;5]$.
Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée, colorier l'ensemble des solutions, et indiquer l'ensemble des solutions plus bas.

$f(x)<2$	$f(x)>3$	$f(x)\leqslant -3$
		
S= . . .	S= . . .	S= . . .

Ex 19 :

Résoudre graphiquement chaque fois l'inéquation indiquée, colorier l'ensemble des solutions, et indiquer l'ensemble des solutions plus bas.

$f(x)>g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-7;2]$)	$f(x)\leqslant g(x)$ (l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions est l'intervalle $[-4;5]$)
	
S= . . .	S= . . .

Utilisation d'une calculatrice pour observer les variations d'une fonction

Ex 20 :

Avec la calculatrice, décrire les variations des fonctions :

$f(x)=-x^2+6x-3$ sur l'intervalle $[0;5]$

$g(x)=x^2-2x-5$ sur l'intervalle $[-3;4]$

$h(x)=-x^2-5x$ sur l'intervalle $[-8;2]$

$i(x)=x^3-6x^2+11x-6$ sur l'intervalle $[0,8;3,2]$

$j(x)=x^4-14x^3+71x^2-154x+120$ sur l'intervalle $[1,8;5,1]$

Sens de variation d'une fonction

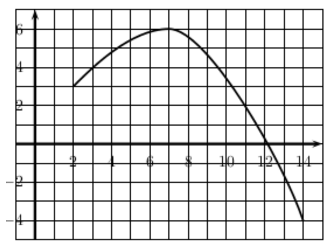
Ex 21 :

1) Tracer la représentation graphique d'une fonction f qui soit :
– croissante sur l'intervalle $[0;6]$
– décroissante sur l'intervalle $[6;10]$

2.) a) Comment décririez-vous une fonction croissante sur un intervalle à quelqu'un qui ne sait pas ce que c'est ?

b) Même question pour une fonction décroissante sur un intervalle.

Ex 22 :

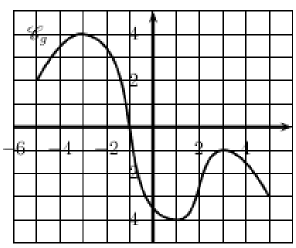


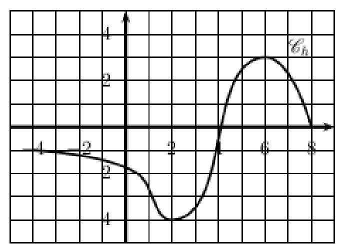
L'unité du repère ci-contre est un carreau. La courbe ci-contre représente graphiquement une fonction f définie sur l'intervalle $[2;14]$.

Décrire les variations de cette fonction.

Ex 23 :

Dresser les tableaux de variations des deux fonctions g et h (l'unité des deux repères est un carreau)





Ex 24 :

x	-3		4		8
f	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Tracer deux repères et dessiner deux représentations graphiques possibles de la fonction f .

Minimum et maximum

Ex 25 : Attention aux conclusions hâtives ...

Voici un tableau de valeurs d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0;7]$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	4	-1	-4	-5	-4	-1	4	11

1) Le maximum d'une fonction f est la plus grande valeur prise par $f(x)$.
a) Quel est le maximum de la fonction f du tableau ci-dessus ?
b) Ce maximum correspond à quelle valeur de x ?
c) On ajoute pour la suite de l'exercice que la fonction f est décroissante sur [0;3] puis croissante sur [3;7] . Reprendre les questions a) et b).

2) Le minimum d'une fonction f est la plus petite valeur prise par $f(x)$.
a) Quel est le minimum de la fonction f ?

b) Ce minimum correspond à quelle valeur de x ?

3) a) Quel est le nombre a tel que pour tout nombre x de l'intervalle $[0;7]$, $f(x)\geqslant a$?

b) Quel est le nombre b tel que pour tout nombre x de l'intervalle $[0;7]$, $f(x)\leqslant b$?

Ex 26 :

1) Dans l'exercice 22 :
a) Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[2;14]$?
Pour quelle valeur de x ce maximum est-il atteint ?

b) Quel est le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[2;14]$?
Pour quelle valeur de x ce minimum est-il atteint ?

2) Mêmes questions pour les deux fonctions de l'exercice 23.

Ex 27 :

On donne le tableau de variations suivant d'une fonction f .

x	2		3		5		6
f	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

1) Tracer un repère et dessiner une représentation graphique possible de la fonction f .

2) Décrire les variations de f par des phrases.

3) Donner le maximum de f sur l'intervalle $[2;6]$ en précisant la valeur de x où il est atteint.

4) Donner le minimum de f sur l'intervalle $[2;6]$ en précisant la valeur de x où il est atteint.

Avec la calculatrice

Ex 28 :

La fonction f est définie sur l'intervalle $[-3;8]$ par $f(x)=3x^2-14x$

1) À l'aide de la commande table de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous en arrondissant au dixième près.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

2) D'après ce tableau, compléter :
Xmin = ... Xmax = ...
Ymin = ... Ymax = ...

3) Régler les valeurs de la fenêtre, puis faire tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'écran de la calculatrice. Il faut obtenir une courbe bien cadrée.

4) a) À l'aide de la calculatrice, déterminer le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[-3;8]$. Arrondir au millième.
b) En quelle valeur de x est-il atteint ? Arrondir au millième.

5) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-3;8]$. Écrire des valeurs au millième près.

6) Calculer le ou les éventuels antécédents de 0. Donner les valeurs exactes.

7) À l'aide de la calculatrice, résoudre l'équation $f(x)=50$. Arrondir au millième.

Ex 29 :

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0;8]$ par $f(x)=-7x^2+60x$
1) Faire tracer la courbe représentative, bien cadrée, sur l'écran de la calculatrice.

2) À l'aide de la calculatrice, déterminer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0;8]$. Arrondir au centième.

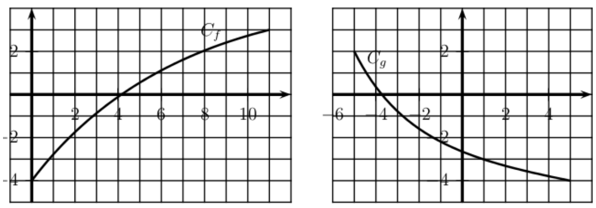
3) Pour quelle valeur de x est-il atteint ? Arrondir au millième.

4) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;8]$. Écrire des valeurs au centième près.

Comparer les images de deux nombres

Ex 30 :

L'unité des repères ci-dessous est un carreau. Les courbes ci-dessous représentent graphiquement deux fonctions f et g .



Compléter ci-dessous avec les mots croissante ou décroissante et avec les signes > ou <, et tracer des traits dans les deux repères ci-dessous.

1) La fonction f est . . . . sur l'intervalle [. . . ; . . .].

1 . . . 3	et	$f(1)$ . . . $f(3)$
7 . . . 5	et	$f(7)$ . . . $f(5)$
9,29 . . . 9,3	et	$f(9,29)$ . . . $f(9,3)$

2) La fonction g est . . . . sur l'intervalle [. . . ; . . .].

-2 . . . -1	et	$g(-2)$ . . . $g(-1)$
2 . . . 4	et	$g(2)$ . . . $g(4)$
1,03 . . . 1	et	$g(1,03)$ . . . $g(1)$

Ex 31 :

Compléter :

x	-9		-2		3		9
f	10	↘	1	↗	4	↘	-8

$f(-7)$ … $f(-5)$;

$f(0)$ … $f(2)$;

$f(8)$ … $f(6)$;

$f(-1,3)$ … $f(-1,32)$

Ex 32 :

On donne les informations ci-dessous sur une fonction f définie sur l'intervalle $[-10;15]$.
– Sur l'intervalle $[-10;4]$, la fonction f est strictement croissante ;
– sur l'intervalle $[4;15]$, la fonction f est strictement décroissante.

Compléter ci-dessous avec les signes > ou <. Si nécessaire, on pourra tracer une représentation graphique.

$f(-6)$ … $f(-9)$; $f(1)$ … $f(3)$

$f(9)$ … $f(11)$; $f(14)$ … $f(13)$

Ex 33 :

La fonction f est définie sur l'intervalle $[-7;3]$ par $f(x)=x^3+20x^2+50x-300$

1) À l'aide de la calculatrice, dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-7;3]$. Arrondir au dixième près.

2) Sans aucun calcul, compléter ci-dessous avec les signes > ou <.

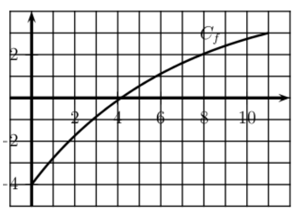
$f(-5,5)$ … $f(-6)$; $f(1)$ … $f(1,05)$

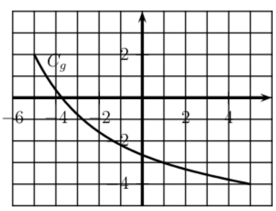
$f(-2,99)$ … $f(-2,9)$; $f(2,31)$ … $f(2,3)$

Nombres dont l'image est supérieure ou inférieure à une image donnée

Ex 34 :

On considère à nouveau les fonctions f et g de l'exercice 30.





1) a) D'après la représentation graphique de la fonction f, quelle est l'image de 8 par f ? Tracer des traits dans le repère.

b) Citer trois nombres dont les images par f sont inférieures au sens large à $f(8)$. Tracer des traits dans le repère.

c) Quel est l'ensemble des nombres dont les images par f sont inférieures au sens large à $f(8)$?

d) La question précédente revient à demander de résoudre graphiquement une inéquation. Donner cette inéquation.

2) Quel est l'ensemble des nombres dont les images par g sont supérieures au sens large à $g(1)$? Tracer des traits dans l'autre repère.

Ex 35 :

Soit une fonction f croissante sur l'intervalle $[-3;7]$.
Quel est l'ensemble des nombres dont les images par f sont supérieures au sens strict à $f(2)$?

Conseil : pour répondre à cette question il vaut mieux d'abord tracer une représentation graphique possible de cette fonction f.

Ex 36 :

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g

x	-4		6
g	2	↘	-5

Quel est l'ensemble des nombres dont les images par g sont inférieures au sens large à $g(1)$?

Programmation

Ex 37 :

1) Expliquer ce que fait le programme écrit en Python ci-dessous :

(**Faire tourner le programme**)

```
k=int(input("k="))
for i in range(k+1):
  A=i**2-11*i+20
  if (A>0):
    print(i)
```

2) Modifier ce programme pour qu'il affiche tous les entiers naturels i de l'intervalle $[k_1;k_2]$ tels que $5\leqslant f(i)\leqslant 10$

Ex 38 :

Un maire s'intéresse à l'évolution de la population de sa ville.
Une étude a permis d'établir que la population de l'année $2017+n$ peut être estimée par la formule :
$p(n)$ où p est la fonction définie sur [0;23] par
$p(x)=2x^3-132x^2+2898x+9412$

1) Déterminer la population en 2023

2) On admet que la fonction p admet un maximum M sur [0;23] pour une valeur entière N .

Compléter le programme écrit en Python ci-dessous afin qu'il affiche N et M :

(**Faire tourner le programme**)

```
def p(k):
  return(2*k**3-132*k**2+2898*k+9412)
N=
M=
for i in range(        ):
  if (p(i)>M):
    M=
    N=
print("le maximum est",M,"atteint en",                )
```

3) Interpréter les valeurs affichées par le programme.