Moyenne pondérée

Ex 10-1 : Moyenne et fréquences

Un test a été donné à 50 élèves de seconde. Voici la répartition des notes

Notes	5	10	15	20	total
Effectifs	8	16	14	12	50

1) Calculer la moyenne de ce devoir, détailler le calcul en une seule expression.

2) a) Compléter le tableau ci-dessous.

Notes	5	10	15	20	total
Fréquences	$\frac{8}{50}$				

b) Multiplier chaque note par sa fréquence et ajouter les 4 résultats. Quel résultat retrouve-t-on ?

Ex 10-2 : Moyenne et fréquences en %

Le tableau ci-dessous indique les résultats d'une enquête statistique dans un village où l'on a relevé le nombre d'enfants par famille.

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6	7
Fréquence en %	21	28	19	13	9	7	2	1

Calculer le nombre moyen d'enfants par famille. Arrondir au dixième.

Linéarité de la moyenne

Ex 10-3 : Calcul mental

La série 71 ; 80 ; 83 ; 88 ; 92 a pour moyenne 82,8 .

Déterminer mentalement les moyennes des séries ci-dessous :
1) 271 ; 280 ; 283 ; 288 ; 292

2) 0,71 ; 0,8 ; 0,83 ; 0,88 ; 0,92

3) 144 ; 162 ; 168 ; 178 ; 186

Ex 10-4 : Retrancher la moyenne

On considère la série suivante : 10 ; 14 ; 14 ; 11 ; 11 ; 3 ; 11 ; 10 ; 21; 10

1) Calculer la moyenne $\bar{x}$ de cette série.

2) Sans calcul, déterminer la moyenne de la série obtenue, en retranchant $\bar{x}$ à chaque valeur de la série ci-dessus.

Ex 10-5 : Salaire moyen

Dans une entreprise, le salaire moyen est 1930 € brut mensuel.

1) Si tous les salaires augmentent de 5 %, quel sera le nouveau salaire moyen ?

2) Si tous les salaires augmentent de 50 € , quel sera le nouveau salaire moyen ?

Ex 10-6 : Harmonisation

Dans le jury 1 , la moyenne des copies est de 12 sur 20 et l'étendue est égale à 8.
Dans le jury 2 , la moyenne des copies est de 11 sur 20 et l'étendue est égale à 9.

1) Le jury 1 augmente chaque note de 3 points.
Déterminer la nouvelle moyenne et la nouvelle étendue.

2) Le jury 2 diminue chaque note de 20 % et ajoute 3 points.
Déterminer la nouvelle moyenne et la nouvelle étendue.

3) Dans le jury 3, la moyenne est de 14 et l'étendue est de 5. Quelles opérations doit-on effectuer sur les notes pour obtenir la même moyenne et la même étendue que dans le jury 1 ?

Médiane, étendue, quartiles, fréquences cumulées

Ex 10-7 : Vrai ou faux

1) La médiane est égale à la moitié de l'effectif total.

2) La moyenne et la médiane sont égales.

3) La médiane n'est pas toujours une valeur de la série.

4) Le premier quartile est égal au quart de l'effectif total.

5) Les quartiles et les déciles sont des valeurs de la série.

6) Pour trouver la moyenne, on additionne toutes les valeurs puis on divise par l'effectif total.

7) Dans un diagramme circulaire, les angles au centre sont proportionnels aux effectifs.

8) Si la moyenne d'une série est égale à 60, alors il y a autant de valeurs supérieures ou égales à 60 que de valeurs inférieures ou égales à 60.

9) Si la moyenne d'une série d'effectif total 20 est égale à 2 , alors la somme de toutes les valeurs de cette série est égale à à 40.

10) Si la moyenne des élèves d'une classe est égale à 17 et la moyenne des élèves d'une autre classe est égale à 13, alors la moyenne des élèves de l'ensemble des deux classes est égale à 15.

11) 1000 candidats ont passé un concours, mais seulement 500 ont été admis . La moyenne des notes obtenues par les 1000 candidats est égale à 9,4 . Si un candidat a obtenu une note égale à 10, alors il est certain d'être admis

Ex 10-8 : QCM

1) Si l'effectif total est 30, alors la médiane est :

a) La 15^{eme} valeur b) la 16^{eme} valeur ,

c) entre la $15^{ème}$ valeur et la $16^{ème}$ valeur d) 15 e) 16

2) Si l'effectif total est 31, alors la médiane est :

a) La 15^{eme} valeur b) la 16^{eme} valeur ,

c) entre la $15^{ème}$ valeur et la $16^{ème}$ valeur d) 15 e) 16

3) Pour trouver les quartiles et les déciles, il faut :

a) ranger les effectifs en ordre croissant.
b) ranger les effectifs en ordre décroissant.
c) ranger les valeurs en ordre décroissant.
d) ranger les valeurs en ordre croissant.

4) Si l'effectif total est 22, alors le 1^{er} quartile est :

a) la $5^{èeme}$ valeur b) la $6^{ème}$ valeur c) 5,5 d) la $7^{ème}$ valeur

5) Si l'effectif total est 22, alors le $3^{ème}$ quartile est :

a) 17 b) la $16^{ème}$ valeur c) 16,5 d) la $17^{ème}$ valeur

Ex 10- 9 : Mode, étendue, médiane, quartiles, calculatrice

Dans un centre aéré, on a mesuré la taille de vingt enfants de six ans.
116; 121; 114; 128; 125; 112; 118; 119; 114; 108 ; 121; 111; 120; 122; 118; 119; 112; 122; 108; 113.

1) Déterminer l'étendue, le mode, la médiane, le premier et le troisième quartile de cette série statistique.

2) Que signifient ces nombres ?

3) Retrouver ces résultats à l'aide de la calculatrice.

Ex 10-10 : Écart interquartile

Le tableau ci-dessous indique les capacités des disque durs, en Go, des ordinateurs d'un magasin.

Go	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectifs	2	9	11	7	5	2	4	3

1) Déterminer la médiane, le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 de cette série.

2) Estimer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est inférieure ou égale à Q_3 .

3) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est inférieure ou égale à Q_3 . (arrondir au centième)

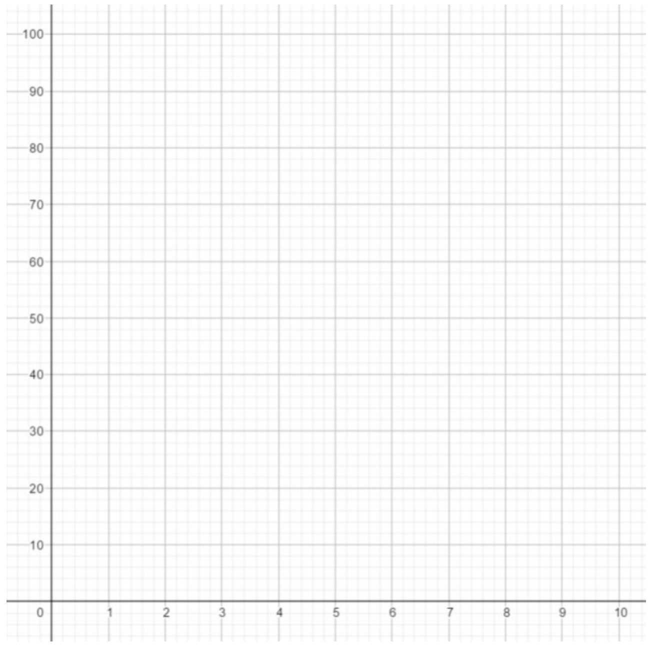
4) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité appartient à l'intervalle interquartile . (arrondir au centième)

Ex 10-11 : Médiane, quartiles, fréquences cumulées

Pour 121 portées de souris blanches, on a dénombré les souriceaux. Les résultats sont dans le tableau ci-dessous.
1) Compléter le tableau ci-dessus, puis établir la courbe des fréquences cumulées croissantes. (en %)

Nombre de petits	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	7	11	16	17	26	31	11	1	1
Fréquences en %									
Effectifs cumulés croissants	7	18							
Fréquences cumulées croissantes en %									

2) En déduire graphiquement des valeurs approchées de la médiane, du premier quartile et du troisième quartile .



Ex 10-12 : Série continue : étendue, moyenne, médiane, quartiles

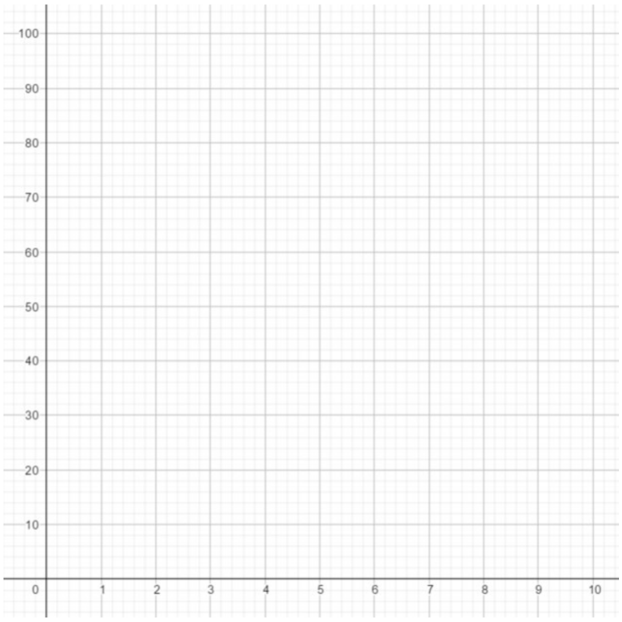
Un professeur de mathématiques M. « ..x » a demandé à l'ensemble de ses élèves de seconde, le temps de révision qu'ils ont consacré à leur dernier contrôle la semaine précédant ce contrôle.
Il a obtenu le tableau suivant :

Temps de révision en h	$\left[0;\frac{1}{2}\right[$	$\left[\frac{1}{2};1\right[$	$[1;2[$	$[2;4[$	$[4;6[$	$[6;7[$	$[7;8]$
Nombres d'élèves	8	6	4	3	2	3	2
Centre des classes							
Fréquences (%)							
Fréquences cumulées croissantes (%)							

1) Déterminer l'étendue de cette série, puis en utilisant les centres des classes, déterminer la moyenne de cette série.

2) Compléter le tableau ci-dessus

3) En déduire graphiquement la médiane, le premier quartile et le troisième quartile.



Ex 10-13 : Privilégier moyenne ou médiane

Dans la région parisienne, les déplacements en voiture particulière ont une durée moyenne de 22 min . Mais 57 % de ces déplacements ne dépassent pas 15 min.

1) Que peut-on déduire pour le temps médian des déplacements en voiture ?

2) Quelle particularité de la médiane explique qu'on peut la préférer ici à la moyenne ?

Ex 10-14 : Regroupement de moyennes et de médianes ...

1) Sur un test d'endurance effectué par 34 élèves d'une classe, la distance moyenne parcourue par les 20 garçons de la classe est 1750 m, et la distance moyenne parcourue par les filles est 1500m.
Calculer la distance moyenne parcourue par la classe ?

2) La distance médiane parcourue est de 1800 m pour les garçons et de 1480m pour les filles .
Peut-on déterminer la distance médiane parcourue par cette classe ?

Écart type

Ex 10-15: Calculatrice

Valeur	8,7	9,9	10,4	10,7	12,1	12,7
Effectif	12	27	48	21	5	2

1) Saisir à la calculatrice les données de la série ci-dessus.
Déterminer sa moyenne $\bar{x}$ et son écart type σ .

2) Déterminer le pourcentage de données de la série qui appartiennent aux intervalles $[\bar{x}-\sigma;\bar{x}+\sigma]$ et $[\bar{x}-2\sigma;\bar{x}+2\sigma]$.

Ex 10-16 : $[\bar{x}-\sigma;\bar{x}+\sigma]$, $[\bar{x}-2\sigma;\bar{x}+2\sigma]$

Pour faire l'état des lieux d'une forêt, un garde forestier a relevé la hauteur de 250 arbres d'une parcelle.

Hauteur (en cm)	30	70	90	110	130	150
Fréquence (en%)	9,2	17,6	29,2	24,4	8,8	10,8

1) Déterminer le pourcentage d'arbres dont la hauteur dépasse 1m.

2) Calculer la moyenne et l'écart type de cette série.

3) Calculer la proportion d'arbres dont la hauteur appartient à l'intervalle $[\bar{x}-\sigma\,;\bar{x}+\sigma]$.

4) Calculer la proportion d'arbres dont la hauteur appartient à l'intervalle $[\bar{x}-2\sigma\,;\bar{x}+2\sigma]$.

5) On peut considérer que, au bout de trois mois chaque arbre a poussé de 15cm . Calculer la nouvelle moyenne.

6) Calculer le nouvel écart type . Ce résultat était-il prévisible ?

Ex 10-17 : Série continue et couple ($\bar{x}$, σ)

54 concurrents participent à un « triathlon » . Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Temps (en min)	[30;35[	[35;40[	[40;45[	[45;50[	[50;55[	[55;60[	[60;65[
Effectif	1	16	8	12	5	9	3
Centres							

1) En prenant le centre des classes, déterminer des valeurs approchées arrondies à l'unité du temps moyen $\bar{x}$ et de l'écart type σ .

2) Le couple ($\bar{x}$, σ) semble-t-il pertinent pour résumer cette série ?

Ex 10-18 : Comparaison de séries

Un site A de vente de livres par Internet désire réaliser une étude statistique sur l'âge de sa clientèle . Les résulats sont donnés ci-dessous :

x_i	[18;20[	[20;25[	[25;30[	[30;35[	[35;40[	[40;45[	[45;50[	[50;55[	[55;60[	60 et plus
n_i	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232

1) Estimer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ des âges des clients.
On choisit 65 comme centre de la classe « 60 et plus ».

2) Comparer la clientèle du site A avec celle du site B dont les âges ont pour moyenne 37 ans et pour écart type 14,4 ans.

Algorithme - Python

En python :
- **L=[]** permet de définir une liste vide.
- **L[i]** donne le terme de rang i de la liste L.
Attention : L[0] est le premier terme, L[1] le deuxième ….
- **len(L)** renvoie la longueur de la liste.
- **L.sort()** trie la liste dans l'ordre croissant.
- **int(a)** convertit un nombre décimal en entier.

Ex 10-19 : Calculer la médiane

1) Tester le programme suivant :

```
L=[7,1,11,5,78,37,2]
L.sort()
print(L)
```

Que peut-on dire de L.sort() ?

2) Compléter la fonction Mediane écrite en Python ci-dessous afin qu'elle renvoie la médiane d'une série L.

```
def Mediane(L):
    L.sort()
    if (len(L))%2!= ….. :
        rang=int((len(L)+1)/2) (Pour faire comprendre que le résultat est un entier)
        med=L[ …… ]
    else:
        rang=int(len(L)/2)
        med=(L[ …… ]+L[ ……. ])/2
    return med
```

3) Tester ce programme avec les listes
L=[1,4,3,2,5,6] et M=[1,14,4,17,9,9,11,13,13]

Ex 10-20 : Calculer les quartiles

La fonction Q1 écrite en Python ci-dessous permet de déterminer le premier quartile d'une série L.

```
def Q1(L):
    L.sort()
    N=len(L)
    rang=int(N//4)
    if N%4==0:
        return(L[rang-1])
    else:
        return(L[rang])
```

1) Modifier cette fonction pour écrire la fonction Q3 renvoyant le troisième quartile de la série.

2) Tester les fonctions Q1 et Q3 avec les listes
L=[7,1,11,5,78,37,2,17,45,3,1,47] et M=[7,1,11,5,78,37,2,17,45]

Ex 10-21 : Écart type

On considère la fonction Moyenne ci-dessous écrite en Python renvoyant la moyenne d'une série L.

```
def Moyenne(L):
    N=len(L)
    T=0
    for i in range(N):
        T=T+L[i]
    m=T/N
    return m

```

1) Voici la fonction Ecarttype écrite en Python renvoyant l'écart type d'une série L.

```
from math import *

def Ecarttype(L):
    N=len(L)
    m=Moyenne(L)
    SC=0
    for i in range(N):
        SC=SC+(L[i]-m)**2
    s=sqrt(SC/N)
    return s

```

a) Que représente chacune des variables SC et N ?

b) Soit M=[1,3,4,4,5,6,10]
Exécuter Ecarttype(M) . Quel résultat obtient-on ?

2) On considère la fonction Proportion écrite en Python ci-dessous :

```
def Proportion(L):
    N=len(L)
    m=Moyenne(L)
    s=Ecarttype(L)
    C=0
    for i in range(N):
        if m-2*s<=L[i]<=m+2*s:
            C=C+1
    p=C/N
    return p
```

a) Que représente C dans la fonction suivante ?

b) Définir le rôle de la fonction Proportion.

c) Exécuter Proportion(M) . Quel résultat obtient-on ?