

Équations cartésiennes et vecteurs directeurs**Ex 11-1 : QCM - restituer les notions du cours**

Donner la ou les bonne(s) réponse(s).

1) La droite d'équation $x-3=0$ passe par le point de coordonnées :

a) A(0;3) b) B(3;0) c) C(3;3) d) D(0;0)

2) La droite $d: \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - 1 = 0$ admet aussi pour équation cartésienne :

a) $x + \frac{3}{2}y + 3 = 0$ b) $3x + 2y - 1 = 0$ c) $\frac{2}{3}x + y - 2 = 0$ d) $2x + 3y = 6$

3) La droite $d: ax + by + c = 0$ a pour vecteur directeur :

a) $\vec{t} \begin{pmatrix} -b \\ -a \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$ c) $\vec{v} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ d) $\vec{w} \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$

Ex 11-2 : Déterminer l'équation d'une droite passant par deux points

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Les questions sont indépendantes.

En utilisant le déterminant, déterminer, dans chacun des cas ci-dessous, l'équation de la droite (AB).

1) A(2;-3) et B(4;1)

2) A $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ et B $\left(\frac{1}{4}; 0\right)$

Ex 11-3 : Déterminer un vecteur directeur

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer (si possible) un vecteur directeur de la droite d , dont la première coordonnée est 5.

1) $d: x + 3y - 2 = 0$

2) $d: x - 5 = 0$

3) $x + y = 0$

Ex 11-4 : Équation d'une droite définie par un point et un vecteur directeur.

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

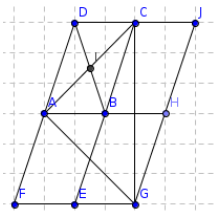
Déterminer l'équation de la droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u} .

a) A(3;5) et $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) A(-1;3) et $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Ex 11-5 : Équations de droites dans des repères différents.

Déterminer les équations des droites (CG) et (AG) dans les repères $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ et $(F; \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FA})$.



b) $d: x - y - 4\sqrt{2} = 0$ avec $A(-\sqrt{2}; a)$ et $B(b; 2\sqrt{2})$

2) Déterminer l'équation de la droite passant par le point A de la droite d et par le point B.

a) $d: x + y + 1 = 0$ avec $A(2; a)$ et $B(2; 0)$

b) $d: x - y + 1 = 0$ avec $A(1; a)$ et $B(1; 0)$

Ex 11-6 : Droites et points

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Les questions sont indépendantes.

1) Déterminer a et b tels que les deux points A et B soient sur d .

a) $d: 2x + y - 1 = 0$ avec $A(2; a)$ et $B(b; 5)$

Ex 11-7 : Méthode de l'escalier

Dans la base (\vec{i}, \vec{j}) , déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur des droites :

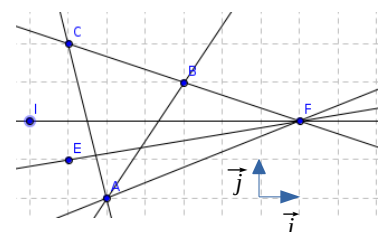
(AB)

(AC)

(AF)

(IF)

(EF)



Équations réduites

Ex 11-8 : QCM - restituer les notions du cours

Donner la ou les bonne(s) réponse(s).

1) La droite $d: 4x + 2y - 1 = 0$ admet comme équation réduite :

a) $y = -2x + 1$ b) $2y = -4x + 1$ c) $y = 2x + \frac{1}{2}$ d) $y = -2x + \frac{1}{2}$

2) La droite $d: y = 3x - 1$ a pour vecteur directeur :

a) $\vec{t} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $\vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ex 11-9 : Déterminer un vecteur directeur

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer un vecteur directeur de la droite d à coordonnées entières.

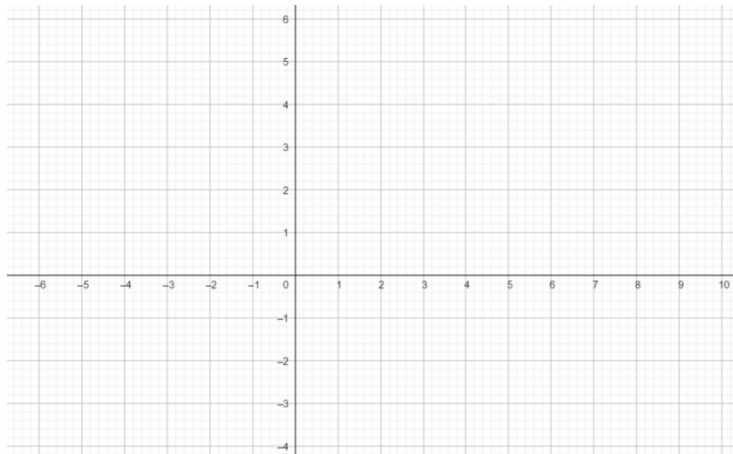
1) $d: y = \frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$

2) $d: y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

Ex 11-10 : Méthode de l'escalier et $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

1) Tracer un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan et placer les points :

A(2;2) B(6;4) C(1;-1) D(4;-4) E(3;5) F(7;5)



2) a) Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} . En déduire le coefficient directeur a de la droite (AB).

b) Calculer $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. Que constate-t-on ?

Quelle nouvelle formule peut-on alors définir ?

c) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).

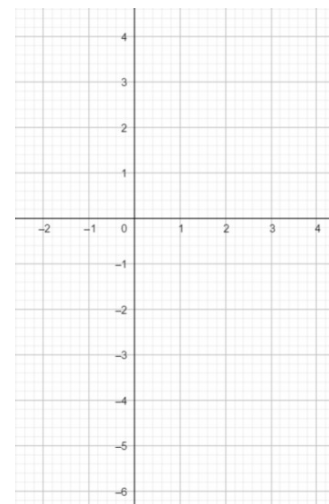
3) Déterminer les équations réduites (CD) et (EF)

Ex 11-11 : Points alignés

1) Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, placer :

A(-1;3) B(1;-2) C(2;-4) D(3;-7)

2) Calculer l'équation réduite de la droite (AB).



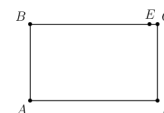
3) Vérifier si les points suivants sont alignés :

a) A, B, C

b) A, B, D.

Ex 11-12 : Distance entre deux points

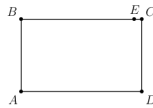
ABCD est un rectangle, les points B, E, C sont alignés dans cet ordre et on donne les mesures suivantes : AB=3 cm, AD=5 cm, EC=2 mm.



La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

1) Justifier que les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.

- 2) Les droites (AB) et (DE) se coupent en F.
À quelle distance du point A se trouve le point F ? Justifier.
On pourra utiliser un repère d'origine A.

**Ex 11-13 : Algorithme – Python : droite parallèle à (Oy)**

- 1) Écrire un algorithme qui indique si une droite est parallèle à l'axe des ordonnées ou non, à partir des coordonnées de deux points de cette droite.

- 2) Traduire cet algorithme en Python.

**Ex 11-14 : Algorithme – Python : déterminer l'équation réduite**

- 1) Écrire un algorithme qui calcule l'équation réduite d'une droite, à partir des coordonnées de deux points de cette droite.

- 2) Traduire cet algorithme en Python.

**Ex 11-15 : Algorithme -Python : Vérifier si un point appartient à une droite**

- 1) Écrire un algorithme qui vérifie si un point appartient à une droite (non parallèle à l'axe des ordonnées), à partir des coordonnées de ce point et de l'équation réduite de cette droite.

- 2) Traduire cet algorithme en Python.

**Droites parallèles****Ex 11-16 :**

- 1) Soit $d: 2x + y - 1 = 0$. Déterminer les droites parallèles à d .

- a) $d_1: 2x + y + 2 = 0$ b) $d_2: x + y - 3 = 0$
c) $d_3: 4x + 2y - 1 = 0$ d) $d_4: -2x + y - 1 = 0$

- 2) Soit $d: y = 3x - 1$. Déterminer les droites parallèles à d .

- a) $d_1: 2x - 3y + 1 = 0$ b) $d_2: 3x - y + 3 = 0$
c) $d_3: 6x + 2y - 1 = 0$ d) $d_4: -6x + 2y + 1 = 0$

- 3) Soit $d: -x + 3y - \frac{3}{2} = 0$. Déterminer les droites parallèles, sécantes ou confondues avec la droite d .

- a) $d_1: 2x - 6y + 3 = 0$
b) $d_2: 2x + 6y - 3 = 0$
c) $d_3: x - 3y - 1 = 0$
d) $d_4: -2x + 6y - 1 = 0$

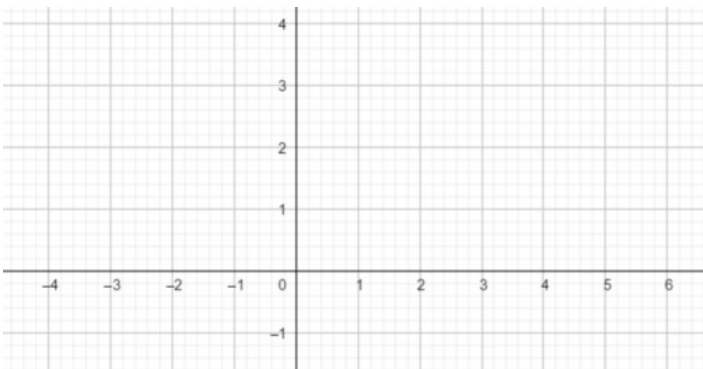
Ex 11-17 : Équation cartésienne de la droite passant par un point et parallèle à une autre droite

Le plan est muni d'un repère $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par A(-1;1) et parallèle à $d: x - 2y + 1 = 0$.

Ex 11-18 : Équation réduite de la droite passant par un point et parallèle à une autre droite

1) Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, placer A(-2;2) B(2;3) C(-2;0)



2) Calculer l'équation réduite de la droite (AB)

3) Tracer la droite (d) parallèle à (AB) passant par C. Quel est son coefficient directeur ?

4) Calculer l'équation de la droite (d) .

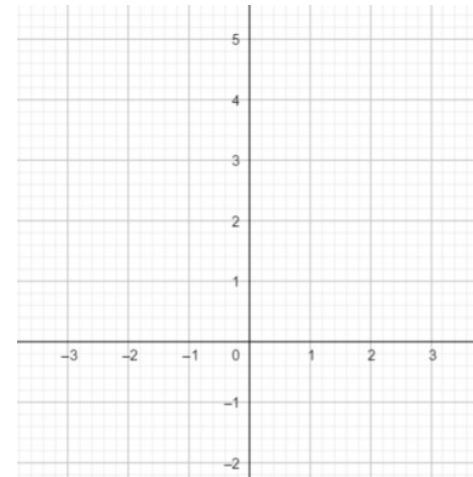
Ex 11-19 : Droites parallèles ?

Voici les équations réduites de plusieurs droites. Sans tracer ces droites, indiquer les droites parallèles.

$(d_1): y = -5x + 2$	$(d_2): y = 1,5$	$(d_3): y = x + 7$	$(d_4): x = -4$
$(d_5): y = -5x - 5$	$(d_6): y = 7$	$(d_7): x = 11$	$(d_8): y = 5x + 2$
$(d_9): y = x$	$(d_{10}): y = 5x + 2$	$(d_{11}): y = \frac{1}{5}x + 2$	$(d_{12}): y = -5$

Ex 11-20 : Droite parallèle à une autre passant par un point

1) Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, placer A(-1;3) et B(2;0)



2) Tracer la droite (d_1)
d'équation réduite :
 $y = 2x - 1$

3) Calculer les équations réduites :

a) de la droite (AB) ;

b) de la droite (d_2) , parallèle à (OJ) passant par A ;

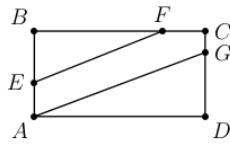
c) de la droite (d_3) , parallèle à (OI) passant par A ;

d) de la droite (d_4) , parallèle à (d_1) passant par A.

Ex 11-21 : Droites parallèles ?

ABCD est un rectangle, les points A, E, B, les points B, F, C et les points C, G, D sont alignés dans cet ordre et on donne les mesures suivantes :

AB=5 cm, AD=7 cm, AE=2 cm, BF=5 cm, CG=8 mm.



La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Les droites (EF) et (AG) sont-elles parallèles ? On pourra utiliser un repère d'origine A.

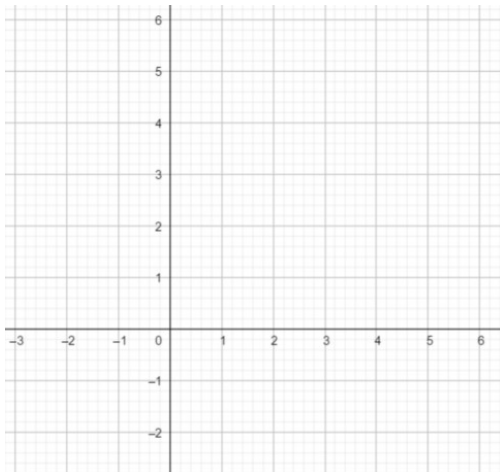
Ex 11-22 : Intersections de deux droites

1) Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tracer les droites (d_1) , (d_2) , (d_3) d'équations :

$(d_1): y=3x-2$

$(d_2): y=-2x+8$

$(d_3): x=4$



2) a) Justifier pourquoi les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes.

b) Calculer les coordonnées du point K, intersection des droites (d_1) et (d_2) .

c) Calculer les coordonnées du point L, intersection des droites (d_1) et (d_3) .

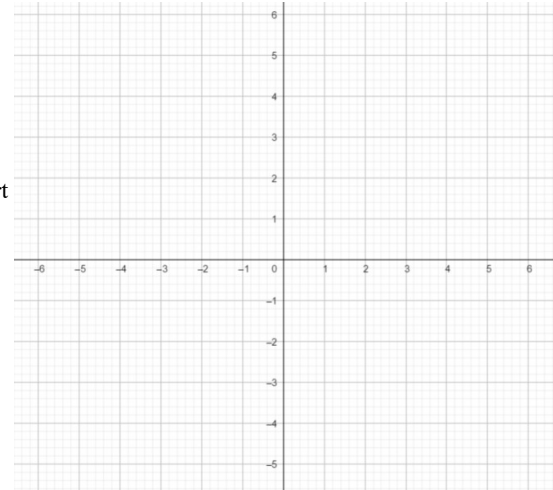
Régionnement du plan

Ex 11-23 :

1) a) Tracer la droite d'équation $x+2y-1=0$

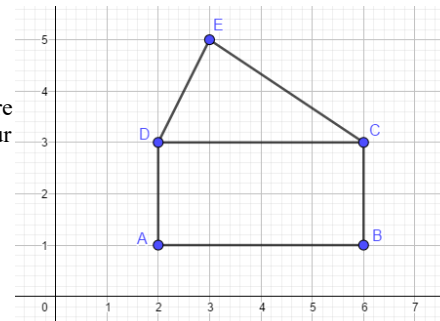
b) Hachurer en vert l'ensemble des points du plan tels que $x+2y-1 > 0$

2) Hachurer en rouge l'ensemble des points du plan tels que $x+2y-1 < 0$



Ex 11-24 :

1) Soit $M(x; y)$ un point du plan. Quelles inégalités peut-on écrire avec les coordonnées de M pour traduire son appartenance à l'intérieur du rectangle ?



2) Même question pour le triangle CDE.

Systèmes de deux équations à deux inconnues**Ex 11-25 :**

Pour chacun des systèmes ci-dessous :

- vérifier que le système a une solution ou pas.
- faire une résolution par substitution
- faire une résolution par combinaison.

a)
$$\begin{cases} x-3y=11 \\ x+y=8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+2y=5 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x-3y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 2x-4y=5 \\ 3x+5y=-4 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3x-5y=-4 \\ -6x+10y=8 \end{cases}$$

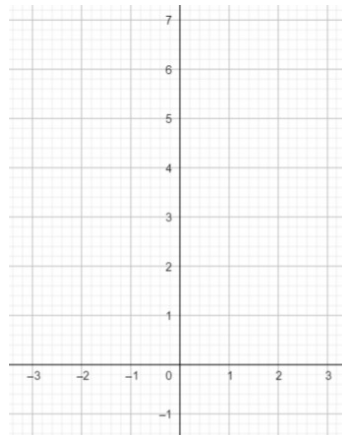
Ex 11-26 :

1) Résoudre algébriquement ce système par combinaison : $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=10 \end{cases}$

2) Transformer ces deux équations sous la forme $y=mx+p$

3) Tracer un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, et tracer les droites correspondant à ces deux équations.

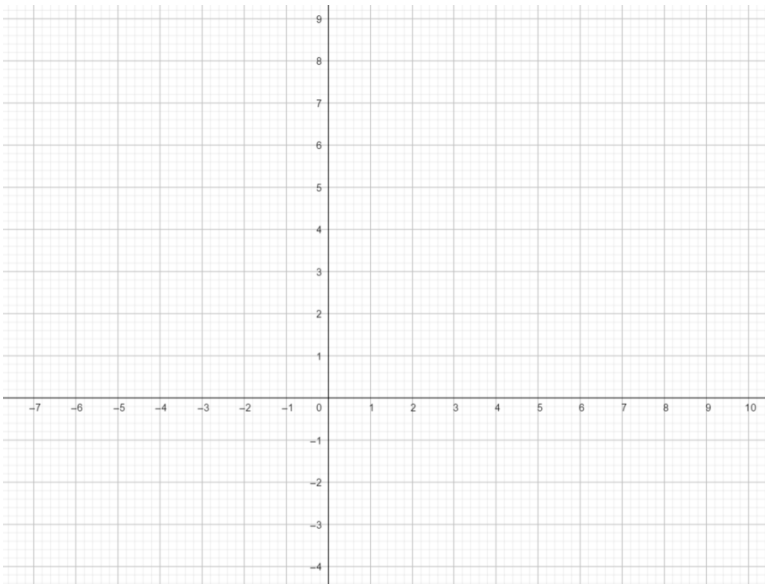
4) Retrouver graphiquement le couple solution du système de la question 1).



Ex 11-27 :

Retrouver graphiquement les solutions des systèmes suivants (Ex 11-25) :

$$\begin{cases} x-3y=11 \\ x+y=8 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-y=4 \\ x+2y=5 \end{cases}$$



Ex 11-28 :

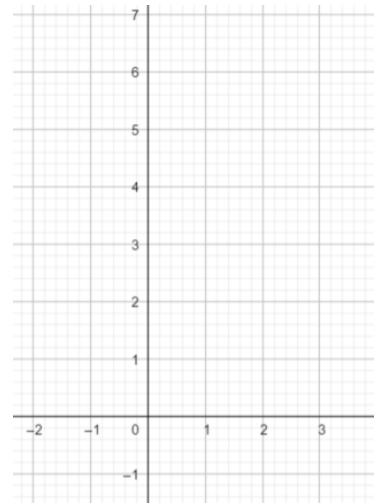
On considère le système suivant : $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 4x+2y=10 \end{cases}$

1) Transformer ces deux équations sous la forme $y=mx+p$

2) Tracer un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, et tracer les droites correspondant à ces deux équations.

3) Expliquer géométriquement pourquoi ce système n'a pas de solution.

4) Que dire du système $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 4x+2y=12 \end{cases}$?



Mises en équation

Ex 11-29 : Différence et quotient

La différence de deux nombres est 5. Le quotient du plus grand par le plus petit est également 5.

Traduire cette situation par un système linéaire d'équations à deux inconnus, puis déterminer ces deux nombres.

Ex 11-30 : Terrain rectangulaire

Un terrain rectangulaire est trois fois plus long que large. Son périmètre est de 176 mètres.

Traduire cette situation par un système linéaire d'équations à deux inconnus, puis déterminer les dimensions du terrain.

Ex 11-31 : Somme d'argent

Amine et Ghita ont chacun une certaine somme. Si Amine donne 1,50 euros à Ghita ils auront la même somme. Toutefois, si Ghita donne 3 euros à Amine, ce dernier aura le double de ce qui restera à Ghita.

Traduire cette situation par un système linéaire d'équations à deux inconnus, puis déterminer la somme de chacun d'eux.

Ex 11-32 : Café de deux qualités

Un marchand vend du café de deux qualités. Lorsqu'il prend 2 kg de la première qualité et 3 kg de la seconde, le kilogramme de ce mélange vaut 6 euros.

Lorsqu'il prend 3 kg de la première qualité et 2 kg de la seconde, le kilogramme de ce mélange vaut 6,40 euros.

Traduire cette situation par un système linéaire d'équations à deux inconnus, puis déterminer le prix au kilogramme de chaque qualité ?

Ex 11-33 : Déplacements d'un représentant

Chaque jour, le représentant d'une compagnie A reçoit pour ses déplacements une somme de 10 euros et, en plus, 0,25 euros le kilomètre. Le représentant d'une compagnie B reçoit 0,30 euros le kilomètre et a reçu 25 euros de moins que celui de la compagnie A.

Ensemble, ils ont parcouru 500 kilomètres.

Traduire cette situation par un système linéaire d'équations à deux inconnus, puis déterminer la somme de chacun d'eux.

Ex 11-34 : Médianes d'un triangle

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère le triangle ABC avec $A(2;1)$, $B(-3;2)$ et $C(7;-3)$.

1) Déterminer une équation de la médiane issue de A, puis une équation de la médiane issue de B dans le triangle ABC.

2) En déduire les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC, point d'intersection des médianes.

$$2) \begin{cases} \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 3 \\ \frac{4}{x} + \frac{7}{y} = 40 \end{cases}$$

Des systèmes particuliers

Ex 11-35 :

Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ 3x^2 - 2y^2 = -6 \end{cases}$$

Systèmes de trois équations à trois inconnues

Ex 11-36 :

Résoudre algébriquement ce système par combinaison :

$$\begin{cases} x + 2y + 2z - 5 = 4 \quad (L_1) \\ 2x - 3y + z = -2 \quad (L_2) \\ -x + y - 3z = 3 \quad (L_3) \end{cases}$$