

**Les différentes formes d'une expression algébrique**

**Ex 1 : Somme ou produit**

Indiquer pour chaque expression s'il s'agit d'une somme ou d'un produit :

1)  $(x-2)(x-3)$  2)  $(x-3)^2$  3)  $x(x+2)$  4)  $2x^2-5$

5)  $(x-2)(x-3)+8$  6)  $2x^2-5+6$

**Ex 2 : Forme développée ou factorisée**

Parmi les expressions suivantes, reconnaître les formes développées et les formes factorisées :

1)  $(x-7)(x+6)$  2)  $(x-2)(x-3)+8$  3)  $2x^2-5+6$  4)  $x^3(2-x)$

5)  $(x-7)^4$  6)  $4x-5$

**Ex 3 : Développement**

Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A=3x(x-5)$

$B=3(2x+2)^2$

$C=(4x-4)(3x-8)$

$D=(x-2)(x+2)$

$E=x(x+5)+8(x-3)$

$F=a+2(a-5)+5(3-2a)$

**Ex 4 : Factorisation**

Factoriser les expressions suivantes :

$A=x(x-1)+2x(x-3)$

$B=x^3-12x^2$

$C=(5x+1)(-2x+3)+x(10x+2)$

$D=3a^3b^2-27a^5b^7$

$E=(x-5)(x+2)-3x(x-5)$

$F=(4x-3)(x+2)+(3-4x)x$

$G=105x^3y^7+45x^3y^6$

**Identités remarquables**

**Ex 5 : Développement**

Développer et réduire les expressions ci-dessous :

1)  $(x-2y)^2$

2)  $(2x+y)^2$

3)  $(a-b)^2+(2a-5b)^2$

4)  $(3x-4y)(3x+4y)$

5)  $(\sqrt{2}-\sqrt{7x})(\sqrt{2}+\sqrt{7x})$

6)  $\left(\frac{4}{5}x-\frac{2}{3}\right)^2$

**Ex 6 : Factorisation**

Factoriser les expressions ci-dessous :

1)  $x^2-4x+4$

2)  $4y^2-12y+9$

3)  $16a^2-80a+100$

4)  $5x^2-7y^2$

5)  $(x-y)^2-(2x-4y)^2$

6)  $x^2-\frac{17}{2x}+\frac{289}{16}$

7)  $\left(\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{5}{6}x-\frac{1}{6}\right)^2$

**Ex 7 : Calcul mental**

Calculer mentalement :

$99^2$  ;  $102^2$  ;  $11^2-10^2$  ;  $38^2-37^2$

**Ex 8 : Défi**

Démontrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 \geq 8x-16$

**Ex 9 : Pour aller plus loin**

1) Développer  $(a+b+c)^2$

2) Développer  $(a+b)^3$

**Écriture fractionnaire**

**Ex 10 : Forme irréductible**

Écrire sous forme irréductible le nombre suivant :  $A = \frac{\frac{4}{5} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{4}{7}}$

**Ex 11 : Quotient unique**

Écrire chacune des expressions ci-dessous sous la forme d'un quotient unique :

1)  $\frac{4x}{9} + \frac{2x+3}{7}$  2)  $\frac{3}{x} + \frac{2x-5}{2}$  ( $x \neq 0$ )

3)  $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$  ( $x \neq 0$ ) 4)  $\frac{4}{x} + \frac{x-2}{3x}$  ( $x \neq 0$ )

5)  $\frac{2}{x-1} + \frac{x}{x+1}$  ( $x \neq -1$  et  $x \neq 1$ ) 6)  $\frac{2}{x-4} - \frac{x}{2x-8}$  ( $x \neq 4$ )

7)  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  ( $x \neq 0$ ) 8)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  ( $x, y$  et  $z$  non nuls)

**Ex 12 : Simplification**

Simplifier au maximum chaque expression :

1)  $\frac{x(2x+1)}{(2x(4x+8))}$  ( $x \neq 0$  et  $x \neq -2$ )

2)  $\frac{(x-3)^2(4x-5)}{x-3}$  ( $x \neq 3$ )

3)  $\frac{5x^2+9x}{x^2+3x}$  ( $x \neq 0$  et  $x \neq -3$ )

4)  $\left(\frac{x(x-1)}{x^2+3x}\right)^2 \frac{x+3}{x-1}$  ( $x \neq 0$  et  $x \neq -3$  et  $x \neq 1$ )

5)  $\frac{\frac{(x+2)^2}{(x-3)^3}}{\frac{(x+2)^3}{x-3}}$  ( $x \neq 3$  et  $x \neq -2$ )

**Ex 13 : Simplification**

Pour tout  $x \neq 2$ , on pose  $A(x) = \frac{3x^3-5x^2-x-2}{x-2}$

1) Développer  $(x-2)(3x^2+x+1)$

2) Simplifier  $A(x)$

3) Calculer mentalement  $A(-3)$

**Puissances**

**Ex 14 : Puissance de 2**

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $2^k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

1)  $\frac{2^7 2^{-3}}{2^8}$     2)  $\left(\frac{2^7}{2^{-3}}\right)^4$     3)  $1024^{45}$     4)  $\frac{2^{-8}}{64}$

**Ex 15 : Puissance de 3**

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $3^k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

1)  $81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$     2)  $\frac{27^8 \times 3^8}{9^5}$     3)  $10 \times 3^{12} - 3^{14}$

**Ex 16 : Puissance de a**

Soit  $a \in \mathbb{R}^*$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $a^k$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

1)  $(a^{n+2})^3$     2)  $\frac{a^5}{(a^3)^n}$     3)  $\left(\frac{1}{a}\right)^{2n} \times a^2$     4)  $\frac{(a \times a^n)^2}{a^{3n}}$

**Ex 17 : Écriture scientifique**

Écrire les nombres ci-dessous sous forme scientifique :

A=0,0452 ; B=12478 ; C=  $\frac{((-7)^3 \times (-10)^{-8})^5}{(-7^2 \times 10^4)^7}$

**Ex 18 : Algorithme - Python**



Soit  $a \in ]1; +\infty[$  et  $c \in \mathbb{R}$ .

1) Compléter la fonction PuisMin suivante écrite en Python, afin qu'elle renvoie le plus petit entier naturel  $n$  vérifiant  $a^n > c$ .

```

1 def PuisMin(a,c) :
2     n=0
3     while ... :
4         n= ...
5     return ...
    
```

2) Quelle est la valeur renvoyée pour  $a=3,7$  et  $c=30000$

**Racines carrées**

**Ex 19 : Simplification**

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $b$  est le plus petit entier possible.

1)  $\sqrt{32}$     2)  $\sqrt{72}$     3)  $\sqrt{500}$     4)  $\sqrt{147}$

5)  $\sqrt{\frac{48}{121}}$     6)  $\sqrt{\frac{99}{25}}$     7)  $\sqrt{\frac{5}{36}} + 3\sqrt{\frac{20}{9}}$     8)  $\sqrt{\frac{3}{8}} \times \sqrt{\frac{14}{3}}$

9)  $5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7}$     10)  $3\sqrt{18} + 2\sqrt{16} - 5\sqrt{81}$

**Ex 20 : Racine carrée au dénominateur**

Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :

1)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$     2)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$     3)  $\frac{3}{5-\sqrt{3}}$     4)  $\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+1}$

**Ex 21 : Simplification**

Développer et simplifier les expressions ci-dessous :

1)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \times \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$     2)  $7\sqrt{2(5\sqrt{2}-9\sqrt{18})}$     3)  $\sqrt{2}(\sqrt{6}-2)$

4)  $\sqrt{(\sqrt{15}+\sqrt{10})^2 - 10\sqrt{6}}$     5)  $(\sqrt{5+\sqrt{21}}+\sqrt{5-\sqrt{21}})^2$

**Ex 22 : Démonstration :  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$  et  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$**

Soit  $a \in \mathbb{R}^+$  et  $b \in \mathbb{R}^+$ .

1) Calculer  $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2$  et en déduire que  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

2) En déduire que si  $b \neq 0$ ,  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

**Ex 23 : Démonstration :  $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$**

Soit  $a \in \mathbb{R}^+$  et  $b \in \mathbb{R}^+$ .

En calculant  $(\sqrt{a+b})^2$  et  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ , montrer que  $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

**Ex 24 : Moyenne géométrique et moyenne arithmétique**

Soit  $a \in \mathbb{R}^+$  et  $b \in \mathbb{R}^+$ .

Montrer que  $\sqrt{a \times b} \leq \frac{a+b}{2}$

$\sqrt{a \times b}$  et  $\frac{a+b}{2}$  sont appelés respectivement moyenne géométrique et moyenne arithmétique de  $a$  et  $b$ .

**Ex 25 : Nombres égaux ?**

Les nombres  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  et  $\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$  sont-ils égaux ?

**Ex 26 : Volume d'un cylindre**

Le volume d'un cylindre de hauteur  $h$  et de rayon  $r$  est donné par  $V = \pi r^2 h$ .

1) Exprimer  $h$  en fonction de  $V$  et  $r$ .

2) Exprimer  $r$  en fonction de  $V$  et  $h$ .

3) Déterminer le rayon d'un cylindre de hauteur 5 cm et de volume  $50 \text{ cm}^3$

**Ex 27 : Solide lâché**

Un solide lâché à une altitude  $h$  (en mètres) atteint le sol au bout d'une durée  $t$  (en secondes).

Si on néglige les frottements de l'air, on a  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  où  $g \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

1) Exprimer  $h$  en fonction de  $t$  et  $g$ .

2) Le solide a mis 10 s pour toucher le sol. A quelle altitude a-t-il été lâché ?