

OPERATIONS SUR LES NOMBRES RELATIFS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

Dans ce chapitre a, b, c, d et k désignent des nombres relatifs.

1) EGALITE

$\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) étant un quotient et k ($k \neq 0$) un nombre non nul, on a : $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$

Ex : $\frac{2}{3} = \frac{2 \times (-2)}{3 \times (-2)} = \frac{-4}{-6}$

APPLICATIONS :

- **Simplification :**

Ex : $\frac{30}{36} = \frac{2 \times 15}{2 \times 18} = \frac{15}{18} = \frac{3 \times 5}{3 \times 6} = \frac{5}{6}$

- **Réduction au même dénominateur :**

Ex : Soit les quotients $\frac{7}{4}$ et $\frac{5}{3}$.

12 est un multiple commun de 4 et 3 (car $12 = 4 \times 3$)

On a donc $\frac{7}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{7 \times 3}{3 \times 4} = \frac{21}{12}$ et $\frac{5}{3} \xrightarrow{\times 4} \frac{4 \times 5}{4 \times 3} = \frac{20}{12}$

On en déduit que $\frac{20}{12} < \frac{21}{12}$

Ainsi $\frac{5}{3} < \frac{7}{4}$

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ (avec $b > 0$) sont rangés dans le même ordre que a et c

2) ADDITION

A) MEME DENOMINATEUR

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ ($b \neq 0$) étant deux quotients de même dénominateur, on a : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

Ex : $\frac{-4}{15} + \frac{3}{15} = \frac{-4+3}{15} = \frac{-1}{15}$

B) DENOMINATEURS DIFFERENTS

Pour additionner des nombres relatifs en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur, puis on les ajoute.

Ex : $\frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{9}{12} + \frac{20}{12} = \frac{29}{12}$

3) SOUSTRACTION

L'opposé du quotient $\frac{a}{b}$ est $-\frac{a}{b}$.

« Soustraire, c'est ajouter l'opposé », on sait donc calculer la différence de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire.

Ex : $\frac{3}{4} - \frac{5}{3} = \frac{3}{4} + (-\frac{5}{3}) = \frac{9}{12} + (-\frac{20}{12}) = \frac{9-20}{12} = -\frac{11}{12}$

4) MULTIPLICATION

$\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) et $\frac{c}{d}$ ($d \neq 0$) étant deux quotients, on a : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Ex : $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$

DANS LA PRATIQUE : **Ex :** $A = -\frac{14}{20} \times \frac{-35}{21}$

- On règle tout de suite les problèmes de signe : $A = -\frac{14 \times 35}{20 \times 21}$
- Ensuite, on simplifie (si c'est possible) : $A = -\frac{2 \times 7 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7}$
- Enfin, on calcule : $A = -\frac{7}{2 \times 3} = -\frac{7}{6}$

5) INVERSE D'UN NOMBRE NON NUL

A) DEFINITION

Si le produit de deux nombres est égal à 1, on dit que ces deux nombres sont **inverses** l'un de l'autre ou que l'un est l'inverse de l'autre .

On note $\frac{1}{x}$ ou x^{-1} l'inverse d'un nombre non nul x .

Ex :

- On a $5 \times 0,2 = 1$
5 et 0,2 sont donc inverses l'un de l'autre.

On note : $\frac{1}{5} = 5^{-1} = 0,2$ et $\frac{1}{0,2} = 0,2^{-1} = 5$

- On a $(-5) \times (-0,2) = 1$
 (-5) et $(-0,2)$ sont donc inverses l'un de l'autre.

On note : $\frac{1}{-5} = (-5)^{-1} = -0,2$ et $\frac{1}{-0,2} = (-0,2)^{-1} = -5$

Rem :

- Il ne faut pas confondre inverse et opposé : l'opposé de 5 est -5 , l'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$.
- Un nombre et son inverse ont le même signe.
- Le nombre 0 n'a pas d'inverse.

B) COMMENT CALCULER L'INVERSE D'UN NOMBRE

On utilise la touche $\boxed{1/x}$ ou $\boxed{x^{-1}}$ de la calculatrice.

Ex : On cherche l'inverse de 3 .

On tape 3 $\boxed{1/x}$; on obtient 0,3333333 (*il s'agit d'une valeur approchée*)

C) INVERSE D'UN NOMBRE RELATIF EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

$\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) étant un quotient tel que $a \neq 0$, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

En effet, $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$.

Ex : $\frac{5}{7}$ est l'inverse de $\frac{7}{5}$

6) DIVISION

A) CAS GENERAL

Soit x et y deux nombres ($y \neq 0$) .

Diviser x par y , c'est aussi multiplier x par l'inverse de y .

C'est à dire : $x : y = x \times \frac{1}{y}$

B) CAS PARTICULIER DES NOMBRES RELATIFS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

$\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) et $\frac{c}{d}$ ($d \neq 0$) étant deux quotients avec $c \neq 0$.

On a :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Ex : $\frac{5}{3} : \frac{7}{8} = \frac{5}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{40}{21}$