

## OPERATIONS SUR LES NOMBRES RELATIFS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

Dans ce chapitre  $a, b, c, d$  et  $k$  désignent des nombres relatifs.

### 1) EGALITE

$\frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ ) étant un quotient et  $k$  ( $k \neq 0$ ) un nombre non nul, on a :  $\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$

**Ex :**  $\frac{2}{3} = \frac{2 \times (-2)}{3 \times (-2)} = \frac{-4}{-6}$

#### APPLICATIONS :

- **Simplification :**

**Ex :**  $\frac{30}{36} = \frac{2 \times 15}{2 \times 18} = \frac{15}{18} = \frac{3 \times 5}{3 \times 6} = \frac{5}{6}$

- **Réduction au même dénominateur :**

**Ex :** Soit les quotients  $\frac{7}{4}$  et  $\frac{5}{3}$ .

12 est un multiple commun de 4 et 3 ( car  $12 = 4 \times 3$  )

On a donc  $\frac{7}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{7 \times 3}{3 \times 4} = \frac{21}{12}$  et  $\frac{5}{3} \xrightarrow{\times 4} \frac{4 \times 5}{4 \times 3} = \frac{20}{12}$

On en déduit que  $\frac{20}{12} < \frac{21}{12}$

Ainsi  $\frac{5}{3} < \frac{7}{4}$

$\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{d}$  ( avec  $b > 0$  ) sont rangés dans le même ordre que  $a$  et  $c$

### 2) ADDITION

#### A) MEME DENOMINATEUR

$\frac{a}{b}$  et  $\frac{c}{b}$  ( $b \neq 0$ ) étant deux quotients de même dénominateur, on a :  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

**Ex :**  $\frac{-4}{15} + \frac{3}{15} = \frac{-4+3}{15} = \frac{-1}{15}$

#### B) DENOMINATEURS DIFFERENTS

Pour additionner des nombres relatifs en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur, puis on les ajoute.

**Ex :**  $\frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{9}{12} + \frac{20}{12} = \frac{29}{12}$

### 3) SOUSTRACTION

L'opposé du quotient  $\frac{a}{b}$  est  $-\frac{a}{b}$ .

« Soustraire, c'est ajouter l'opposé », on sait donc calculer la différence de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire.

**Ex :**  $\frac{3}{4} - \frac{5}{3} = \frac{3}{4} + (-\frac{5}{3}) = \frac{9}{12} + (-\frac{20}{12}) = \frac{9-20}{12} = -\frac{11}{12}$

### 4) MULTIPLICATION

$\frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ ) et  $\frac{c}{d}$  ( $d \neq 0$ ) étant deux quotients, on a :  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

**Ex :**  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$

**DANS LA PRATIQUE :** **Ex :**  $A = -\frac{14}{20} \times \frac{-35}{21}$

- On règle tout de suite les problèmes de signe :  $A = -\frac{14 \times 35}{20 \times 21}$
- Ensuite, on simplifie ( si c'est possible ) :  $A = -\frac{2 \times 7 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7}$
- Enfin, on calcule :  $A = -\frac{7}{2 \times 3} = -\frac{7}{6}$

## 5) INVERSE D'UN NOMBRE NON NUL

### A) DEFINITION

Si le produit de deux nombres est égal à 1, on dit que ces deux nombres sont **inverses** l'un de l'autre ou que l'un est l'inverse de l'autre .

On note  $\frac{1}{x}$  ou  $x^{-1}$  l'inverse d'un nombre non nul  $x$  .

**Ex :**

- On a  $5 \times 0,2 = 1$   
5 et 0,2 sont donc inverses l'un de l'autre.

On note :  $\frac{1}{5} = 5^{-1} = 0,2$  et  $\frac{1}{0,2} = 0,2^{-1} = 5$

- On a  $(-5) \times (-0,2) = 1$   
 $(-5)$  et  $(-0,2)$  sont donc inverses l'un de l'autre.

On note :  $\frac{1}{-5} = (-5)^{-1} = -0,2$  et  $\frac{1}{-0,2} = (-0,2)^{-1} = -5$

**Rem :**

- Il ne faut pas confondre inverse et opposé : l'opposé de 5 est  $-5$  , l'inverse de 5 est  $\frac{1}{5}$ .
- Un nombre et son inverse ont le même signe.
- Le nombre 0 n'a pas d'inverse.

### B) COMMENT CALCULER L'INVERSE D'UN NOMBRE

On utilise la touche  $\boxed{1/x}$  ou  $\boxed{x^{-1}}$  de la calculatrice.

**Ex :** On cherche l'inverse de 3 .

On tape 3  $\boxed{1/x}$  ; on obtient 0,3333333 (*il s'agit d'une valeur approchée*)

### C) INVERSE D'UN NOMBRE RELATIF EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

$\frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ ) étant un quotient tel que  $a \neq 0$ , l'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$  .

En effet,  $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$  .

**Ex :**  $\frac{5}{7}$  est l'inverse de  $\frac{7}{5}$

## 6) DIVISION

### A) CAS GENERAL

Soit  $x$  et  $y$  deux nombres ( $y \neq 0$ ) .

Diviser  $x$  par  $y$ , c'est aussi multiplier  $x$  par l'inverse de  $y$  .

C'est à dire :  $x : y = x \times \frac{1}{y}$

### B) CAS PARTICULIER DES NOMBRES RELATIFS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE

$\frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ ) et  $\frac{c}{d}$  ( $d \neq 0$ ) étant deux quotients avec  $c \neq 0$  .

On a :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

**Ex :**  $\frac{5}{3} : \frac{7}{8} = \frac{5}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{40}{21}$