

Triangle rectangle : PYTHAGORE et COSINUS

1) RACINE CARREE

On appelle racine carrée d'un nombre positif a , le nombre positif b tel que $b^2 = a$.
On note $b = \sqrt{a}$.

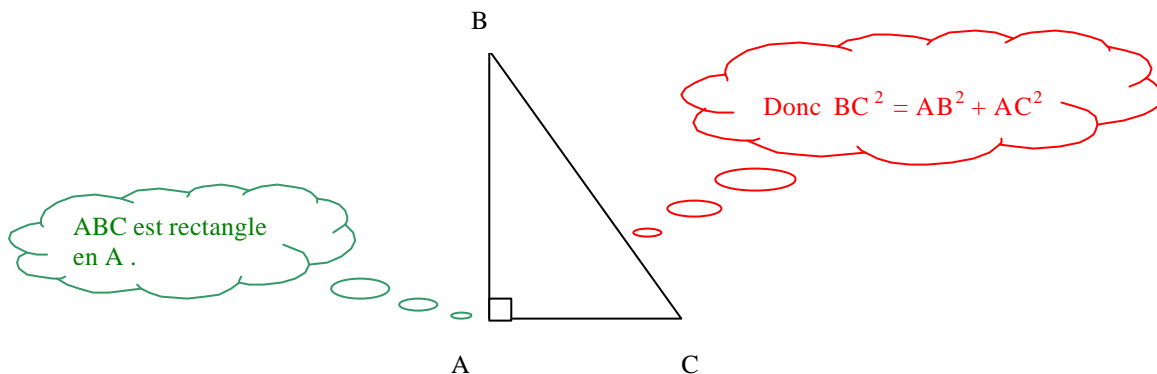
Ex :

- $\sqrt{9} = 3$
- $\sqrt{13} \approx 3,61$ (à 0,01 près)

On utilise la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice .

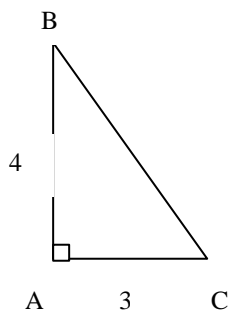
2) THEOREME DE PYTHAGORE

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés .



Rem : L'hypoténuse est le plus long côté d'un triangle rectangle .

Ex :



Calculer BC :

Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

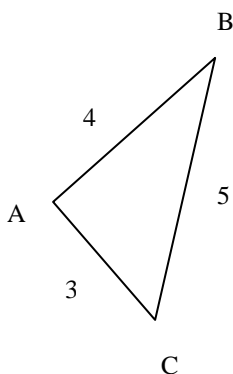
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{25} = 5$$

Rem : Le théorème de Pythagore sert aussi à montrer qu'un triangle n'est pas rectangle (vu en exercice)

3) RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE

Si dans un triangle ABC, on a la relation $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle est rectangle en A.



Le triangle ABC est-il rectangle ?

On vérifie si le carré du plus long côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$$\text{D'une part : } BC^2 = 5^2 = 25$$

$$\text{D'autre part : } AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$\text{Ainsi } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A .

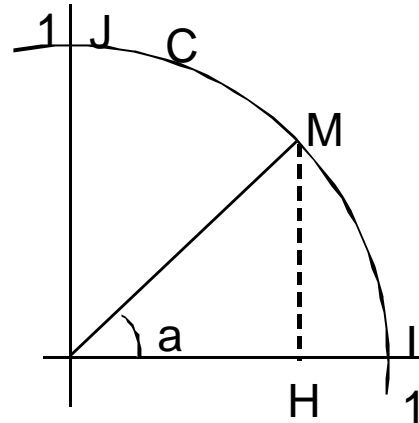
4) COSINUS D'UN ANGLE AIGU

On appelle **quart de cercle trigonométrique** tout quart de cercle dont :

- le centre est à l'origine du repère orthonormé ;
- le rayon est 1 ;
- les extrémités sont les points I (1 , 0) et J (0 , 1).

Le **cosinus** d'un angle aigu a , noté $\cos a$, est l'abscisse du point M du quart de cercle trigonométrique C tel que $\widehat{IOM} = a$.

On a $\cos a = OH$.



Rem :

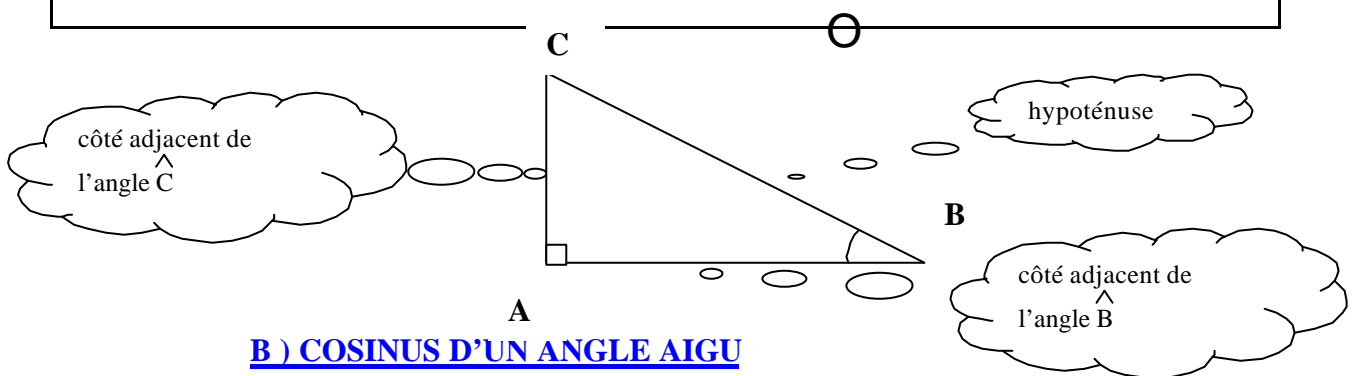
Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

5) COSINUS D'UN ANGLE AIGU DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

A) VOCABULAIRE

Soit ABC un triangle rectangle en A.

Le côté adjacent de l'angle \widehat{B} est celui des deux côtés de l'angle \widehat{B} qui n'est pas l'hypoténuse.



B) COSINUS D'UN ANGLE AIGU

Dans un triangle ABC rectangle en A, le cosinus de l'angle aigu \widehat{B} est :

$$\cos \widehat{B} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{B}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} \quad \text{c'est à dire} \quad \cos \widehat{B} = \frac{BA}{BC}$$

Rem :

- On a aussi $BA = BC \times \cos \widehat{B}$ et $BC = \frac{BA}{\cos \widehat{B}}$
- On a des formules analogues avec l'angle \widehat{C} : $\cos \widehat{C} = \frac{CA}{CB}$...

C) COSINUS ET CALCULATRICE

Il faut se placer en mode degré.

a) valeur approchée du cosinus d'un angle aigu

Ex : Calcul de $\cos 38^\circ$ (à 0,01 près)

On tape sur la calculatrice 38

On obtient 0,7880107536

Il suffit de présenter le résultat sous la forme $\cos 38^\circ \approx 0,79$ (à 0,01 près)

b) valeur approchée d'un angle aigu lorsqu'on connaît son cosinus

Ex : Calcul de la mesure de l'angle \hat{A} (à 0,1 près) sachant que $\cos \hat{A} = 0,7$.

On tape sur la calculatrice 0,7 (ou 0,7)

On obtient 45,572996

Il suffit de présenter le résultat sous la forme $\hat{A} \approx 45,6^\circ$ (à 0,1 près)