Chapitre G3 – Distances et tangentes

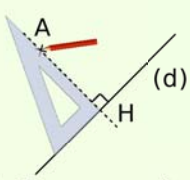
Méthode 1 : Déterminer l'ensemble des points situés à une même distance d'une droite

À connaître : Distance d'un point à une droite

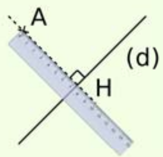
Soit une droite (d) et un point A n'appartenant pas à (d), la **distance du point A à la droite (d)** est égale à AH où H désigne le pied de la perpendiculaire à (d) passant par A.

Remarque : La longueur AH est alors la plus courte distance entre le point A et tous les points de la droite (d).

Exemple 1 : Soit (d) une droite et A un point n'appartenant pas à (d). Mesure la distance du point A à la droite (d).



On trace la droite perpendiculaire à (d) qui passe par le point A.

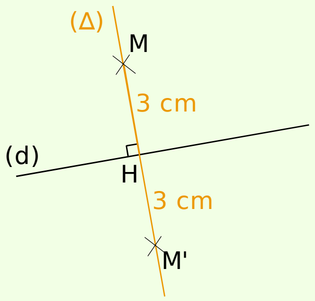


On mesure la longueur AH où H est le pied de la perpendiculaire à (d).

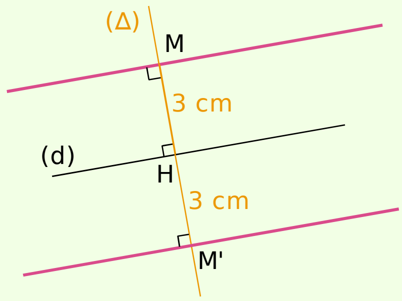
À connaître

L'ensemble des **points situés à une même distance d'une droite (d)** est défini par deux droites parallèles à (d) situées de part et d'autre de (d).

Exemple 2 : Soit (d) une droite. Construis en rose l'ensemble des points situés à 3 cm de la droite (d).



On trace (Δ) une perpendiculaire à (d). On appelle H le point d'intersection des deux droites.
On place un point M sur (Δ) tel que MH = 3 cm et un point M' de l'autre côté de (d) tel que M'H = 3 cm.



On trace les parallèles à (d) qui passent respectivement par M par M'.

L'ensemble recherché est constitué des deux droites roses.

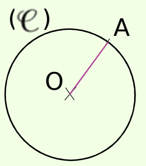
Méthode 2 : Utiliser la tangente à un cercle en un point

À connaître : Tangente à un cercle

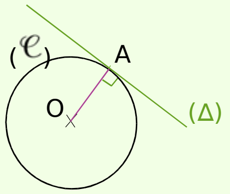
La tangente à un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O en un point A de ($\mathscr{C}$) est la droite passant par A et perpendiculaire au rayon [OA].

Remarque : La distance entre le centre d'un cercle et toute tangente à ce cercle est égale au rayon.

Exemple 1 : Soit ($\mathscr{C}$) un cercle de centre O et A un point de ce cercle. Trace la droite (Δ) tangente au cercle ($\mathscr{C}$) en A .



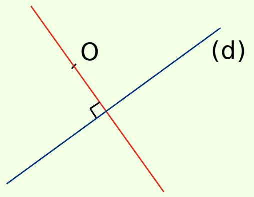
On trace le rayon [OA].



On trace la droite (Δ) perpendiculaire en A à la droite (OA).

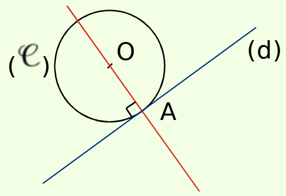
La droite (Δ) est la tangente en A au cercle ($\mathscr{C}$).

Exemple 2 : On considère une droite (d) et un point O extérieur à la droite (d). Construis le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et tel que la droite (d) soit tangente à ($\mathscr{C}$).



Comme (d) est tangente au cercle ($\mathscr{C}$), le point de contact de (d) et de ($\mathscr{C}$) est le pied de la perpendiculaire à (d) passant par O.

On trace la droite perpendiculaire à (d) qui passe par O.



On appelle A le pied de la perpendiculaire à (d) passant par O.

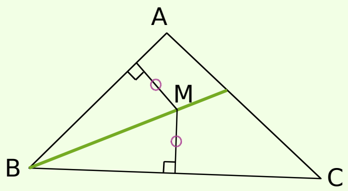
On trace le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon OA.

Méthode 3 : Utiliser les propriétés de la bissectrice d'un angle

À connaître : Propriétés de la bissectrice d'un angle

• Si un point est situé à la même distance des côtés d'un angle alors il appartient à la **bissectrice** de cet angle.
• Réciproquement, si un point appartient à la bissectrice d'un angle alors il est situé à **la même distance des côtés de cet angle**.

Exemple 1 : Soit un triangle ABC. Place à l'intérieur du triangle un point M afin qu'il soit à égale distance des côtés [AB] et [BC].



Le point M se situe à égale distance des côtés [AB] et [BC].

Or, si un point est situé à la même distance des côtés d'un angle, alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

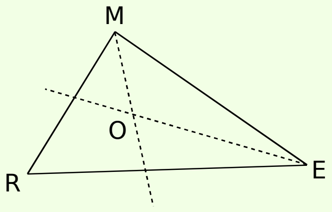
Donc le point M se situe sur la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ formé par les segments [AB] et [BC].

À connaître : Centre du cercle inscrit dans un triangle

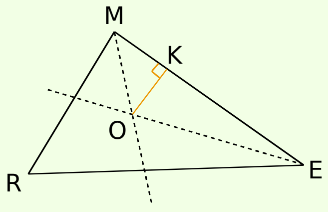
> Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.
> Leur point de concours est le **centre du cercle inscrit** dans le triangle.

Remarque : Les trois côtés d'un triangle sont tangents au cercle inscrit dans ce triangle.

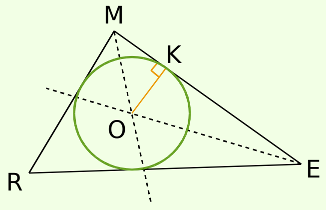
Exemple 2 : Construis un triangle MER et son cercle inscrit de centre O.



On trace les bissectrices de deux des trois angles du triangle MER. Elles se coupent en O, le centre du cercle inscrit.



On trace la perpendiculaire à (ME) passant par le point O. Elle coupe [ME] en K. On obtient ainsi un rayon [OK] du cercle inscrit dans le triangle MER.



On trace le cercle de centre O passant par K.