Chapitre N5 – Equations et Ordre

Méthode 1 : Tester si un nombre est solution d'une équation

À connaître

$2x^2 - 5 = x + 10$ est une équation où l'**inconnue** est désignée par la lettre x.
Cette équation a deux membres : $2x^2 - 5$ et $x + 10$.
Les solutions de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$ sont les valeurs du nombre x pour lesquelles l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$ est vérifiée.

Exemple : 3 est-il une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$?

Pour $x = 3$, on calcule séparément $2x^2 - 5$ et $x + 10$.

$2x^2 - 5 = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 18 - 5 = 13$	$x + 10 = 3 + 10 = 13$

On constate que, pour $x = 3$, $2x^2 - 5 = x + 10$.
Il y a égalité entre les deux membres donc 3 est une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$.

Méthode 2 : Résoudre une équation du premier degré

À connaître

- Une égalité reste vraie **en ajoutant ou en soustrayant un même nombre** à ses deux membres.
- Une égalité reste vraie **en multipliant ou en divisant** ses deux membres **par un même nombre non nul**.

Exemple : Résous l'équation suivante : $7x + 2 = 4x + 9$.

$7x + 2 = 4x + 9$

càd $7x + 2 - 4x = 4x + 9 - 4x$ → **On cherche à éliminer les termes en x dans le membre de droite** en retranchant **$4x$** aux deux membres.

càd $3x + 2 = 9 + 0x$

càd $3x + 2 - 2 = 9 - 2$ → **On cherche à isoler le terme inconnu dans le membre de gauche** en retranchant **2** aux deux membres.

càd $3x = 7$

càd $\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$ → **On cherche la valeur de l'inconnue x** en divisant les deux membres par **3**.

càd $x = \frac{7}{3}$

Ainsi $7x + 2 = 4x + 9$ pour $x = \frac{7}{3}$.

On vérifie ensuite que $\frac{7}{3}$ est une solution effective de l'équation initiale $7x + 2 = 4x + 9$ en appliquant la **méthode 1**.

Méthode 3 : Simplifier une équation

Exemple : Simplifie l'équation suivante : $5\left(\frac{2}{3}x+1\right)=7+\frac{8x}{5}-4$.

On simplifie les deux membres :

$5\left(\frac{2}{3}x+1\right)=5\times\frac{2}{3}x+5\times 1=\frac{10}{3}x+5$

$7+\frac{8x}{5}-4=\frac{8x}{5}+7-4=\frac{8x}{5}+3$.

L'équation est donc équivalente à :

$\frac{10}{3}x+5=\frac{8}{5}x+3$ → On réduit d'abord chaque terme de l'équation au même dénominateur, ici 15.

càd $\frac{50}{15}x+\frac{75}{15}=\frac{24}{15}x+\frac{45}{15}$ → On multiplie chaque membre par 15 pour simplifier l'équation.

Il reste à résoudre l'équation $50x + 75 = 24x + 45$

Méthode 4 : Comparer des nombres

À connaître

- $x > 0$ se lit **« x est un nombre strictement positif »**
  et $x < 0$ se lit **« x est un nombre strictement négatif »**.
- Si $x > y$ alors $x - y > 0$. Réciproquement, si $x - y > 0$ alors $x > y$.

Des règles analogues existent aussi pour les symboles <, ≤ et ≥.

À connaître

- On ne change pas le sens d'une inégalité **en ajoutant ou en soustrayant** un même nombre à ses deux membres.
- On ne change pas le sens d'une inégalité **en multipliant ou en divisant** ses deux membres par un même nombre **positif** non nul.
- On change le sens d'une inégalité **en multipliant ou en divisant** ses deux membres par un même nombre **négatif** non nul.

Exemple : On sait que $-2{,}5 < a$. Que peux-tu dire de $-3a-7$ et $2a$?

$a < -2{,}5$
càd $-3a > -3 \times (-2{,}5)$ → On multiplie par **– 3** qui est **un nombre négatif** donc **le sens de l'inégalité change**.

càd $-3a - 7 > 7{,}5 - 7$ → On retranche **7**.
càd $-3a - 7 > 0{,}5$

càd $a < -2{,}5$
càd $2a < 2 \times (-2{,}5)$ → On multiplie par **2** qui est **un nombre positif** donc **le sens de l'inégalité ne change pas**.
càd $2a < -5$

Méthode 5 : Résoudre un problème à l'aide d'une équation

À connaître

Mettre en équation un problème, c'est traduire son énoncé par une égalité mathématique.

Remarque : Lorsque la résolution d'un problème par l'arithmétique devient fastidieuse voire impossible, utiliser une équation s'avère souvent nécessaire.

Exemple : Trouve le nombre tel que son quintuple augmenté de 7 soit égal à son double diminué de 3.

Étape n°1 : Choisir l'inconnue

Soit x le nombre cherché. → **On repère la grandeur non connue** parmi celles exprimées dans l'énoncé. On la note généralement x et on l'appelle « inconnue ».

Étape n°2 : Mettre en équation

Le quintuple du nombre augmenté de 7 est
$5x + 7$

Le double du nombre diminué de 3 est
$2x - 3$

→ **On exprime les informations données** dans l'énoncé en fonction de x.

$5x + 7 = 2x - 3$ → La phrase de l'énoncé se traduit donc par l'égalité ci-contre.

Étape n°3 : Résoudre l'équation

$5x + 7 = 2x - 3$

càd $5x + 7 - 2x = 2x - 3 - 2x$

càd $3x + 7 = -3$

càd $3x + 7 - 7 = -3 - 7$

càd $3x = -10$

càd $\dfrac{3x}{3} = \dfrac{-10}{3}$

càd $x = -\dfrac{10}{3}$

→ **On résout l'équation** à l'aide des propriétés de la **méthode 2**.

Étape n°4 : Vérifier que la valeur trouvée est solution du problème

Le quintuple de $-\dfrac{10}{3}$ augmenté de 7 :

$$5 \times \left(-\frac{10}{3}\right) + 7 = -\frac{50}{3} + \frac{21}{3} = -\frac{29}{3}$$

Le double de $-\dfrac{10}{3}$ diminué de 3 :

$$2 \times \left(-\frac{10}{3}\right) - 3 = -\frac{20}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{29}{3}$$

Ainsi le quintuple de $-\dfrac{10}{3}$ augmenté de 7 est égal au double de $-\dfrac{10}{3}$ diminué de 3.

Étape n°5 : Conclure

Le nombre cherché est donc $-\dfrac{10}{3}$.