

I - Égalité de quotients

A - Simplification de quotient

Règle

Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal.

Pour tous nombres a , b et k où b et k sont non nuls :

Exemple 1 : Simplifie le quotient $\frac{42}{-140}$.

- On détermine le signe du quotient.
- On cherche les facteurs communs à 42 et 140.
- On simplifie le quotient.

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant dans l'égalité $\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$.

$$\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$$

donc

- Pour passer de 6 à 18,
- Ainsi, pour trouver le nombre manquant, on multiplie -1,2 par 3, ce qui donne -3,6.

B - Réduction de quotients au même dénominateur

Exemple 1 : Réduis les quotients $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{12}$ au même dénominateur.

Multiple de 9 :

Multiple de 12 :

Un multiple commun de 9 et 12 est
C'est aussi le plus petit.

$$\frac{2}{9} =$$

- On cherche un multiple commun non nul aux dénominateurs (le plus petit possible).
- On détermine les écritures fractionnaires ayant 36 pour dénominateur.

Exemple 2 : Compare les quotients $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{8}$.

Les dénominateurs 7 et 8 n'ont aucun diviseur commun autre que 1.
Le plus petit multiple commun est

C - Produit en croix

Propriétés

- Si deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux alors leurs produits en croix sont égaux.
- **Réciproquement**, si les produits en croix de deux nombres en écriture fractionnaire sont égaux **alors** ces deux nombres sont égaux.

Pour tous nombres a, b, c et d
où b et d sont non nuls :

Remarque : En particulier, pour démontrer que deux nombres en écriture fractionnaire ne sont pas égaux, il suffit de démontrer que leurs produits en croix ne sont pas égaux.

Exemple 1 : Les nombres $\frac{2,1}{3,5}$ et $\frac{4,1}{6,9}$ sont-ils égaux ? Justifie.

→ On calcule les produits en croix.

→ On les compare.

→ Les **produits en croix ne sont pas égaux**
donc **les nombres ne sont pas égaux**.

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant dans l'égalité $\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{7}$.

→ On appelle x le nombre manquant.
On écrit l'égalité des produits en croix.

→ On trouve le nombre manquant.

II - Addition ou soustraction

Règle

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a, b et c
où h est non nul :

Remarque : Si les nombres en écriture fractionnaire n'ont pas le même dénominateur, il faut les réduire au même dénominateur.

Exemple : Calcule l'expression $A = -1 + \frac{13}{30} - \frac{-11}{12}$.

Multiples de 30 :
Multiples de 12 :

→ On cherche le plus petit multiple commun non nul à 30 et 12.

→ On détermine le signe de chaque quotient et on réduit les quotients au même dénominateur 60.

→ On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur.

→ On simplifie si possible.

III - Multiplication

Règle

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d où b et d sont non nuls :

Remarque : Si $b = 1$, la formule devient

Exemple : Calcule l'expression $B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$.

Donne le résultat sous forme simplifiée.

- On détermine le signe du résultat.
- On cherche des facteurs communs.
- On simplifie.
- On calcule.

IV - Division de deux quotients

A - Inverse d'un nombre non nul

Définition

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre

Propriétés

- Tout nombre x non nul admet un inverse
- Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre

Remarques :

- En effet, leur produit 1 est positif et seul le produit de deux nombres de même signe est positif.

- En effet, tout nombre multiplié par 0 donne 0 et ne donnera jamais 1.

Exemple : Quels sont les inverses des nombres 3 et $\frac{-7}{3}$?

L'inverse de 3 est

L'inverse de $\frac{-7}{3}$ est

B - Diviser des quotients

Règle

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls :

Exemple 1 : Calcule $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$.

- On détermine le signe du résultat.
- On multiplie par l'inverse du deuxième quotient.
- On multiplie les fractions.
- On calcule.

Exemple 2 : Calcule $D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$ et donne le résultat en le simplifiant le plus possible.

- On détermine le signe du résultat.
- On multiplie par l'inverse du deuxième quotient.
- On cherche des facteurs communs.
- On calcule sans oublier de simplifier avant !

Exemple 3 : Quelle est la nature du nombre E défini par $E = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}}$?

- E peut s'écrire aussi $E = \left(1 + \frac{2}{3}\right) \div \left(1 - \frac{2}{3}\right)$.
On commence donc par calculer les parenthèses.

- On multiplie par l'inverse du deuxième quotient.

- On cherche des facteurs communs.