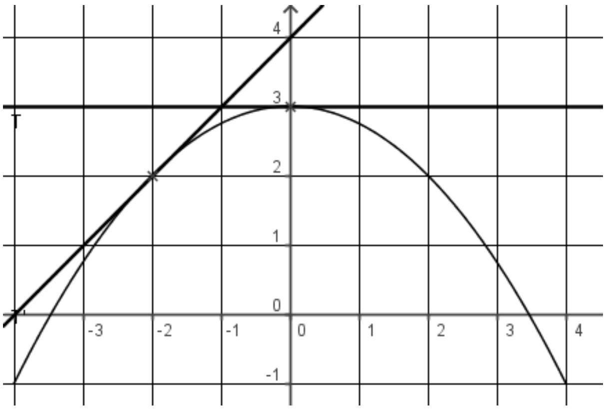
EXERCICES : Chapitre « Tangente et nombre dérivé »

I. LECTURES GRAPHIQUES ET NOMBRE DERIVE

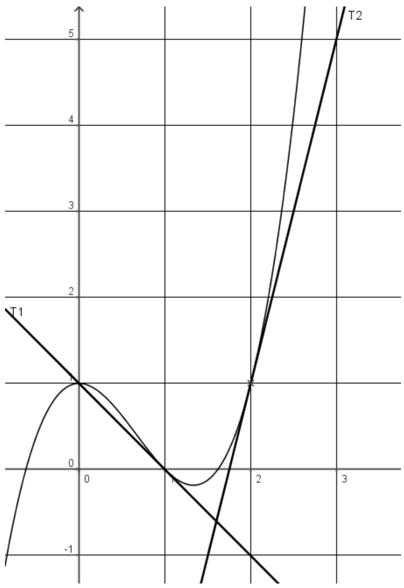
Exercice n°1

Soit, ci-dessous, la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle [– 4 ; 4], dans le plan muni d'un repère orthonormal.
Les droites T et T' sont les tangentes respectives à la courbe aux points d'abscisse 0 et – 2.



1. Déterminer, à l'aide du graphique, les coefficients directeurs des droites T et T'.
2. En déduire les nombres dérivés de f en 0 et – 2.

Exercice n°2



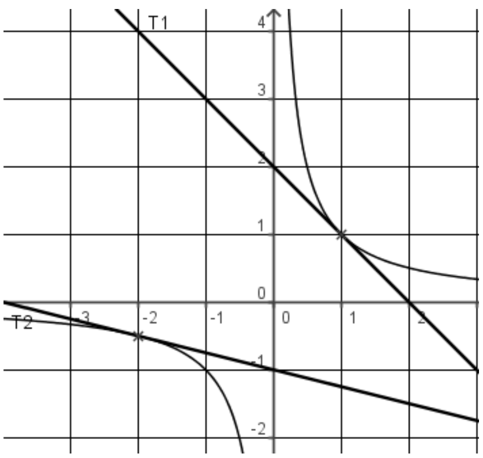
On a représenté ci-contre la courbe représentative d'une fonction f, ainsi que les droites T_1 et T_2, tangentes respectivement aux points d'abscisses 1 et 2.

1. Lire graphiquement f(1) et f(2).

2. Déterminer graphiquement f '(1) et f '(2).

Exercice n°3

On a représenté ci-contre la courbe représentative d'une fonction f, ainsi que les droites T_1 et T_2, tangentes respectivement aux points d'abscisses 1 et – 2.



1. Lire graphiquement f(1) et f(– 2).

2. Déterminer graphiquement f '(1) et f '(– 2).

II. NOMBRE DERIVE ET EQUATION DE TANGENTE

Exercice n°4 (avec la calculatrice)

1. Tracer, sur l'écran d'une calculatrice, la courbe C représentative d'une fonction f d'équation $y = x^3 + 2x + 1$.
On choisira comme fenêtre graphique :
$x_{min} = – 0,5$ $x_{max} = 0,5$
$y_{min} = – 0,5$ $y_{max} = 2$
2. On admet que l'une des trois droites suivantes est la tangente à C au point d'abscisse 0.
D_1 : y = 2,5x + 1 D_2 : y = 3x + 1 D_3 : y = 2x + 1.
Déterminer laquelle, après avoir tracé D_1, D_2 et D_3 sur l'écran.
3. En déduire f '(0).

Exercice n°5

Pour chaque question, déterminer la bonne réponse.

1. **Si f '(3) = 1, alors la tangente au point d'abscisse x = 3 peut avoir pour équation :**
a. y = 1 b. y = x + 5 c. y = 3x + 1

2. **Si f '(1) = 0, alors la tangente au point M(1 ; f(1)) peut avoir pour équation :**
a. y = 0 b. y = x c. y = x + 1

3. **Si la tangente au point d'abscisse 2 a pour équation y = – x + 5, alors :**
a. f '(2) = 5 b. f '(2) = – 1 c. f '(2) = 3

4. **Si f(1) = 3 et f'(1) = – 1, alors la tangente au point d'abscisse x = 1 peut avoir pour équation :**
a. y = – x + 3 b. y = 3x – 1 c. y = – x + 4

Exercice n°6

Soit f une fonction définie sur [– 3 ; 3] et C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
On donne le tableau suivant :

x	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3
f(x)	– 2	1	3	0	– 1	– 2	0
f '(x)	2	2,5	0	– 3	– 2	0	2

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

a. L'image de – 2 par f est 1.
b. Le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 1 est – 1.
c. La pente de la tangente à C au point d'abscisse 2 est 0.
d. Les tangentes à C aux points d'abscisses – 3 et 2 sont parallèles.
e. La tangente à C au point d'abscisse – 1 est parallèle à l'axe des abscisses.
f. L'équation réduite de la tangente à C au point d'abscisse 1 est y = – 2x – 1.
g. C passe par le point de coordonnées (2 ; 0).
h. Le nombre dérivé de f en – 3 est 2.
i. La tangente à C au point d'abscisse 0 a une pente négative.

Exercice n°7

Sachant que f'(2) = – 1 et que f(2) = 4, déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 2.

Exercice n°8

Sachant que f'(0) = 3 et que f(0) = – 1, déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 0.

Exercice n°9

Sachant que f'(2) = 1 et que la courbe passe par le point A(2 ; 0), déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point A .

Exercice n°10

La droite (d) d'équation y = – 2x + 7 est tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3. Déterminer f'(3) et f(3).

III. NOMBRE DERIVE ET FORMULES

Exercice n°11

Dans chacune des questions suivantes, f est une fonction qui admet un nombre dérivé f ’(x) pour tout nombre réel x.

Si f(x) = – 3, alors :	f ’(x) = 3	f ’(x) = 0	f ’(x) = – 3
Si f(x) = 3x – 2, alors :	f ’(x) = 3 – 2	f ’(x) = 1	f ’(x) = 3
Si f(x) = x^2 + 2x + 3, alors :	f ’(x) = 2x + 3	f ’(x) = 2x + 5	f ’(x) = 2x + 2
Si f(x) = $3x^2$ – 4x + 1, alors :	f ’(x) = 3x – 4	f ’(x) = 6x – 3	f ’(x) = 6x – 4

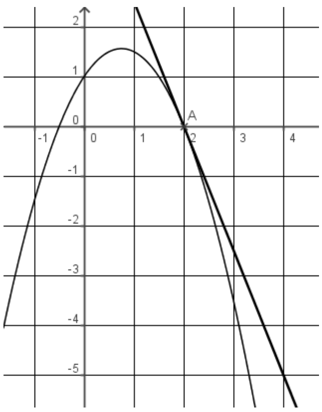
Exercice n°12

Dans chacune des questions suivantes, f est une fonction qui admet un nombre dérivé f ’(x) pour tout nombre réel x.
- Déterminer f ’(x) pour tout nombre réel x.
- Déterminer f ’(a) pour les valeurs de a indiquées.

1. f(x) = $-2x^2 - x$ — a = 1
2. f(x) = 25 — a = 12
3. f(x) = – 2x + 3 — a = – 1 et a = 0
4. f(x) = $\frac{1}{x}$ — a = – 2
5. f(x) = $x^2 + 2x + 3$ — a = 2
6. f(x) = x^3 — a = $\frac{1}{2}$
7. f(x) = 5x — a = 4

Exercice n°13

Dans le graphique suivant est représenté la fonction f définie sur ℝ par f(x) = $-x^2 + 1{,}5x + 1$ et la tangente à sa courbe C au point A d’abscisse 2.



1. Lire le nombre dérivé de f en 2.
2. Déterminer par le calcul le nombre dérivé de f en x, puis en 2 ; comparer avec la lecture graphique.
3. Déterminer par le calcul une équation de la tangente à C au point A.

Exercice n°14 **(à faire en classe)**

Soit f la fonction définie sur [$\frac{1}{2}$; 3] par f(x) = $\frac{1}{x}$; on note C sa courbe représentative dans le plan muni d’un repère orthonormal (unité graphique : 2cm).
1. Déterminer l’équation réduite de la tangente T_1 à C au point d’abscisse $\frac{1}{2}$ et celle de la tangente T_2 à C au point d’abscisse 2.
2. Tracer T_1 et T_2.
3. Faire un petit tableau de valeurs, puis tracer C.

Exercice n°15

Soit f la fonction définie sur [0 ; 5] par f(x) = $\sqrt{x}$. On note C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère.
Déterminer l’équation réduite de la tangente T à C au point d’abscisse 1.

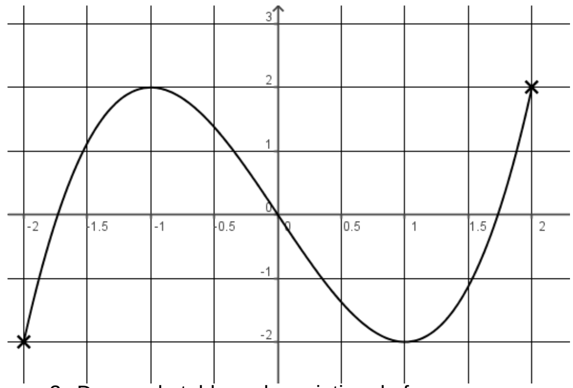
Exercice n°16

Soit f et g les fonctions définies sur] 0 ; 4] par
f(x) = $\frac{1}{x}$ et g(x) = $-x^2 + x + 1$.
1. Déterminer f ’(1) et g ’(1).
2. Montrer que les courbes représentant f et g admettent la même tangente au point d’abscisse 1.
3. Faire tracer à la calculatrice les courbes représentant f et g sur] 0 ; 4].

IV. VARIATIONS ET SIGNE DE LA DERIVEE

Exercice n°17

On considère la fonction f définie sur [– 2 ; 2] par la courbe donnée ci-dessous.



2. Dresser le tableau de variation de f.
3. En déduire le signe de f ’(x) en fonction de x.
4. Déterminer un intervalle où : f(x) > 0 et f ’(x) < 0.
5. Déterminer un intervalle où : f(x) < 0 et f ’(x) < 0.

Exercice n°18

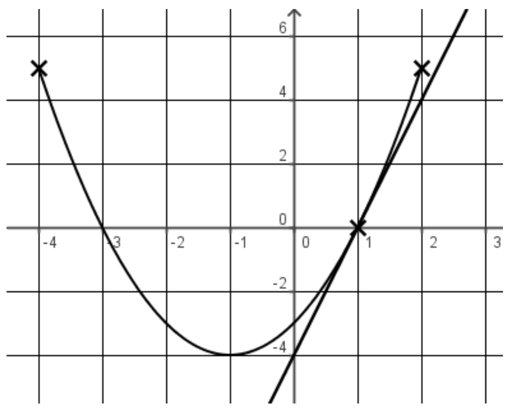
La fonction f est définie et dérivable sur [– 4 ; 6].
Son tableau de variation est donné ci-dessous.

x	– 4		– 2		3		6
f	5	↘	– 1	↗	4	↘	2

Déterminer le signe de f ’(x) sur [– 4 ; 6].

Exercice n°19

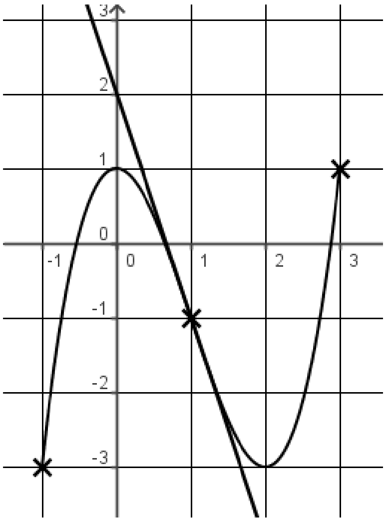
On considère la fonction f définie sur [– 4 ; 2] par la courbe donnée ci-dessous.



1. Déterminer graphiquement f ’(– 1) et f ’(1).
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. En déduire le signe de f ’(x) en fonction de x.
4. Déterminer un intervalle où : f(x) > 0 et f ’(x) > 0.
5. Déterminer un intervalle où : f(x) > 0 et f ’(x) < 0.

Exercice n°20

On donne ci-dessous un tracé de la courbe représentative C d'une fonction f définie sur [– 1 ; 3].



La droite (T) tracée est la tangente à C au point d'abscisse 1.

Aux points d'abscisses 0 et 2 les tangentes à C sont parallèles à l'axe des abscisses.

1. Déterminer, à l'aide du graphique, les valeurs de f '(0), f '(1) et f '(2).
2. En déduire les équations réduites des tangentes à C aux points d'abscisses 0 ; 1 et 2.
3. On admet, pour la suite, que f est la fonction définie sur [– 1 ; 3] par $f(x) = x^3 – 3x^2 + 1$ et que pour tout nombre réel x de [– 1 ; 3] , $f '(x) = 3x^2 – 6x$.
    a. Retrouver, par le calcul, les résultats des questions 1 et 2.
    b. Etudier le signe de f '(x) ; vérifier graphiquement le résultat.