Définition - propriétés algébriques

Ex 1 : ***QCM***

Plusieurs réponses sont possibles.

1) La fonction exp :

a) s'annule en 0

b) s'annule en 1

c) est égale à sa dérivée

d) est l'unique fonction f telle que $f'=f$

2)

a) $\exp(a+b)=\exp(a)\times\exp(b)$

b) $\exp\left(\frac{1}{a}\right)=-\exp(a)$

c) $\exp\left(\frac{a}{b}\right)=\exp(a)-\exp(b)$

d) $\exp(a)^4=\exp(4a)$

3) Le nombre $\exp\left(5+\frac{1}{5}\right)$ est égal à :

a) $\frac{\exp(26)}{\exp(5)}$

b) $\exp(26)-\exp(5)$

c) $-\exp(5^2)$

d) $\exp(5)\times\exp\left(\frac{1}{5}\right)$

Ex 2 : ***Vrai ou faux - Logique***

1) (P1) : $\forall x\in\mathbb{R}$, $\exp(x)>0$

2) (P2) : $\exists x\in\mathbb{R}$, $\exp(x)=0$

3) (P3) : $\forall x\in\mathbb{R}$, $\exp(x)\neq 0$

4) (P4) : $\exists x\in\mathbb{R}$, $\exp(x)\neq 0$

5) (P3) est la négation de (P4)

6) (P3) est la négation de (P2)

Ex 3 : (P1) : $f'=f$ et (P2) : $f(0)=1$

1) Dans chaque cas, indiquer si la fonction f , dérivable sur $\mathbb{R}$, vérifie les propriétés (P1) : $f'=f$ et (P2) : $f(0)=1$

a) $f(x)=x+1$ b) $f(x)=1$ c) $f(x)=0$ d) $f(x)=2\exp(x)$

2) Donner toutes les fonctions f qui vérifient (P1).

3) Donner une fonction f qui vérifie (P1) et (P2).

4) En existe-t-il d'autres ?

La notation e^x

Ex 4 : ***Calculs***

Simplifier les expressions suivantes :

1) $e^{-x}(e^x)^5$ 2) $\frac{e^{3x}e^{2x}}{2e^x}$ 3) $\frac{e^{3x}+e^x}{e^x}$ 4) $(e^{-3x}-1)^2-(e^{-3x}+1)^2$

Ex 5 : ***Cosinus hyperbolique – sinus hyperbolique***

Soit les fonctions ch et sh définies par :

$$\mathrm{ch}(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2} \quad\text{et}\quad \mathrm{sh}(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$$

Montrer que pour tout réel x :

$\mathrm{ch}^2x-\mathrm{sh}^2x=1$ et $\mathrm{ch}(2x)=\mathrm{ch}^2x+\mathrm{sh}^2x$

Ex 6 : ***Suites géométriques***

Dans chaque cas, montrer que (u_n) est une suite géométrique.

Préciser la raison et le 1er terme.

1) $u_n=e^{4n}$ 2) $u_n=3e^{\frac{n}{2}}$ 3) $u_n=\frac{e^{n+3}}{5}$ 4) $u_n=\frac{3e}{e^{n+1}}$

Ex 7 : ***Fonction impaire***

Soit $f:x\longmapsto\frac{(2x-1)e^x-2x-1}{e^x-1}$ et C_f la courbe représentative de f .

1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

2) Montrer que C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Remarque : On dit que f est une fonction impaire.

Ex 8 : ***Ensembles de définition***

Déterminer dans chaque cas l'ensemble de définition de la fonction f :

1) $f(x)=e^{x^2-2x+1}$ 2) $f(x)=\frac{1}{e^x}$

3) $f(x)=\frac{5e^x-1}{e^x-e^{-x}}$ 4) $f(x)=\sqrt{1-e^{3x}}$

Ex 9 : ***QCM***

1) Pour tous réels a et b , $e^{a+b}=\sqrt{e^{2a}\times e^{2b}}$

2) Pour tous réels a et b , $2e^{a+b}=e^{2a}+e^{2b}$

3) Il existe un réel a et un réel b , tels que $2e^{a+b}=e^{2a}+e^{2b}$

4) Il existe un réel a et un réel b , tels que $e^{2a}+e^{2b}<2e^{a+b}$

Ex 10 : ***Dérivées***

Dans chacun des cas, justifier que f est dérivable sur I et déterminer sa dérivée.

1) $f(x)=(4x-1)e^x$ sur $I=\mathbb{R}$

2) $f(x)=\frac{2-3e^x}{1-e^x}$ sur $I=\mathbb{R}_+^*$

3) $f(x)=(3e^x-2)^3$ sur $I=\mathbb{R}$

4) $f(x)=\frac{2}{3e^x+2}$ sur $I=\mathbb{R}$

5) $f(x)=\sqrt{e^x-1}$ sur I= $\mathbb{R}_+^*$

6) $f(x)=\frac{1}{e}-\frac{1}{e^x}$ sur $I=\mathbb{R}$

Étude de la fonction exponentielle

Ex 11 : ***Vrai ou faux***

1) La fonction exp n'est définie que sur $\mathbb{R}^+$.

2) La fonction exp est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

3) La fonction exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

4) La courbe représentative de la fonction exp admet une asymptote horizontale.

5) La courbe représentative de la fonction exp admet une asymptote verticale.

6) La méthode d'Euler permet d'obtenir une bonne approximation de la courbe représentative de la fonction exp.

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$

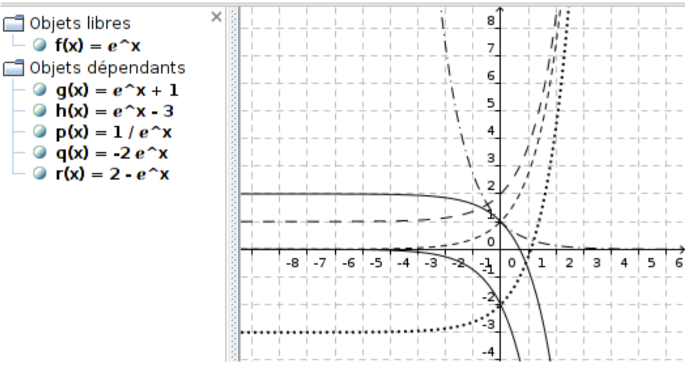
8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$

9) $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^x=0$

10) $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=-\infty$

Ex 12 : ***A partir de la courbe représentative de la fonction exp***

Identifier les courbes de chacune des fonctions.



Ex 13 : ***Variations sans calculer la dérivée.***

Soit les fonctions f , g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=\dfrac{e^x-3}{7}$, $g(x)=\dfrac{1}{2e^x+5}$ et $h(x)=\sqrt{e^x+5}$

Déterminer le sens de variation de chacune de ces fonctions à partir de celui de la fonction exp.

Ex 14 : ***Variations***

Dans chacun des cas, déterminer le sens de variation de la fonction f .

Ne calculer la dérivée que si c'est nécessaire !

1) $f: x \longmapsto \dfrac{e^x}{e^x+1}$

2) $f: x \longmapsto 4-3x-4e^x$

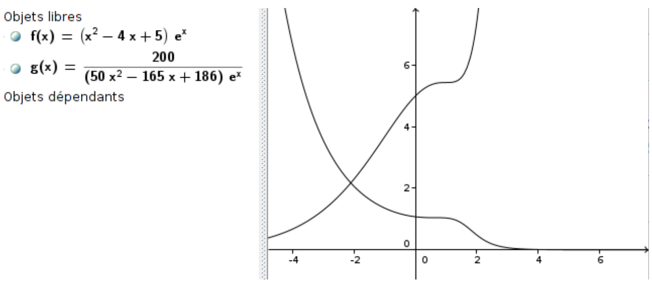
3) $f: x \longmapsto 2-x+\dfrac{4}{e^x+1}$

4) $f: x \longmapsto (x^2-x+1)e^x$

5) $f: x \longmapsto (e^x+x)^3$

6) $f: x \longmapsto x+\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$

Ex 15 : ***Attention aux apparences***



1) Associer chaque fonction à sa représentation graphique.

2) f est-elle croissante sur $\mathbb{R}$?

3) g est-elle décroissante sur $\mathbb{R}$?

Ex 16 : ***Équations - inéquations***

Résoudre les équations et inéquations ci-dessous :

Remarque :
L'unique solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation $e^x=k$ (avec $k>0$) se note $x=\ln k$

1) $e^x+e=0$

2) $(e-e^x)^2=0$

3) $e^{2x}+2e^x-8=0$

4) $e^3-e^x\leqslant 0$

5) $(e^x-e^2)(e^x-e)>0$

6) $\dfrac{-3e^x}{e^x-e}<0$

Ex 17 : ***Limites***

Déterminer les limites suivantes

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}(3-2x)e^x$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}(3-2x)e^x$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} -2e^x+3x-1$

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} -2e^x+3x-1$

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5e^x-1}{2e^x-3}$

6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5e^x-1}{2e^x-3}$

7) $\lim\limits_{x\to 0-}\dfrac{10}{e^x-1}$

8) $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{e^x-3x}{x}$

9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-e}{x-1}$

10) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^x-e}{x-1}$

11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x+1}-e}{x}$

12) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-10e^x}{x-2-5e^x}$

Fonctions du type $x:\longmapsto e^{u(x)}$

Ex 18 : ***Maîtriser le cours - Vrai ou faux***

Soit u une fonction dérivable sur $I=[-2,+\infty[$.

1) $\forall x\in\mathbb{R}$, $e^{u(x)}>0$

2) La fonction e^u est dérivable sur I.

3) La dérivée de e^u est e^u sur I.

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{u(x)}=+\infty$

5) $e^{u(x)}=1 \Leftrightarrow x=0$

6) $e^{u(x)}\leqslant\dfrac{1}{e^3} \Leftrightarrow u(x)\leqslant -3$

Ex 19 : ***Équations - Inéquations***

Résoudre les équations et inéquations ci-dessous :

1) $e^{2x^2-3x+\sqrt{x}}+e=0$

2) $e^{-x}-e^{2x-3}=0$

3) $e^{3x}-9=6$

4) $e^{2x-3}+\pi\leqslant 3$

5) $e^{\frac{x-2}{x+1}}<0$

6) $(e^{4x}-e^2)(e^{-x}-e)>0$

Ex 20 : ***Signe d'une fonction***

Étudier le signe des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

1) $f : x \longmapsto (-x^2+2x)\mathrm{e}^{-x^2+3x+5}$ 2) $g : x \longmapsto \dfrac{1}{\mathrm{e}^{x+1}} - \dfrac{1}{\mathrm{e}^{2x}}$

Ex 21 : ***Ensemble de définition***

Déterminer dans chaque cas l'ensemble de définition de la fonction f :

1) $f : x \longmapsto \dfrac{3\mathrm{e}^x - 1}{\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}}$ 2) $f : x \longmapsto \sqrt{1-\mathrm{e}^{2x}}$

Ex 22 : ***Tableaux de variation***

Déterminer dans chaque cas le tableau de variation (avec les limites) de la fonction f .

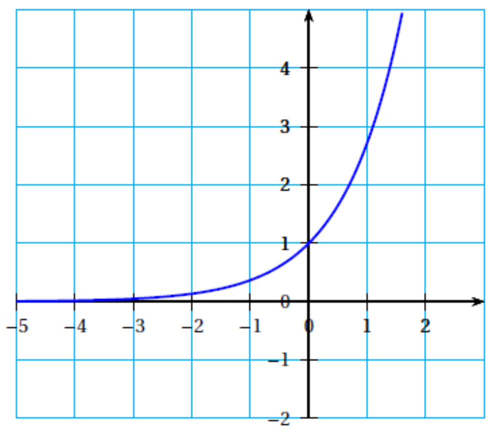
1) $f(x) = \dfrac{3\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}}{\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}+1}$ 2) $f(x) = \mathrm{e}^{x^2 - \mathrm{e}x + 1}$ 3) $f(t) = 5\mathrm{e}^{2t}(2t+1)$

EN ROUTE VERS LE BAC

Ex 23 : ***Baccalauréat S Liban 27 mai 2015 – ex 3***

Fonction exp – tangente – conjecture et résolution graphique – résolution d'équations

On considère la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y = \mathrm{e}^x$, tracée ci-dessous.



Pour tout réel m strictement positif, on note $\mathscr{D}_m$ la droite d'équation $y = mx$.

1. Dans cette question, on choisit $m = \mathrm{e}$.
   Démontrer que la droite $\mathscr{D}_{\mathrm{e}}$, d'équation $y = \mathrm{e}x$, est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 1.
2. Conjecturer, selon les valeurs prises par le réel strictement positif m, le nombre de points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite $\mathscr{D}_m$.
3. Démontrer cette conjecture.

Ex 24 : ***Baccalauréat S Centres étrangers 10 juin 2015 – ex 3***

Fonction exp – suites convergentes – limites – raisonnement par récurrence – algorithme

Soit a un nombre réel fixé non nul.

Le but de cet exercice est d'étudier la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = a \quad \text{et, pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \mathrm{e}^{2u_n} - \mathrm{e}^{u_n}.$$

On remarquera que cette égalité peut aussi s'écrire : $u_{n+1} = \mathrm{e}^{u_n}\left(\mathrm{e}^{u_n} - 1\right)$.

1. Soit g la fonction définie pour tout réel x par :

$$g(x) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x - x.$$

a. Calculer $g'(x)$ et prouver que, pour tout réel x : $g'(x) = \left(\mathrm{e}^x - 1\right)\left(2\mathrm{e}^x + 1\right)$.

b. Déterminer les variations de la fonction g et donner la valeur de son minimum.

c. En remarquant que $u_{n+1} - u_n = g(u_n)$, étudier le sens de variation de la suite (u_n).

2. Dans cette question, on suppose que $a \leqslant 0$.

a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant 0$.

b. Déduire des questions précédentes que la suite (u_n) est convergente.

c. Dans le cas où a vaut 0, donner la limite de la suite (u_n).

3. Dans cette question, on suppose que $a > 0$.

La suite (u_n) étant croissante, la question 1. permet d'affirmer que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant a$.

a. Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} - u_n \geqslant g(a)$.

b. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \geqslant a + n \times g(a)$.

c. Déterminer la limite de la suite (u_n).

4. Dans cette question, on prend $a = 0,02$.

L'algorithme suivant a pour but de déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > M$, où M désigne un réel positif. Cet algorithme est incomplet.

Variables	n est un entier, u et M sont deux réels
Initialisation	u prend la valeur 0,02 n prend la valeur 0 Saisir la valeur de M
Traitement	Tant que … … … Fin tant que
Sortie	Afficher n

a. Sur la copie, recopier la partie « Traitement » en la complétant.

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur que cet algorithme affichera si $M = 60$.

Ex 25 : ***Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie 19 novembre 2015 – ex 2***

Fonction exp – Minimum

Pour chaque réel a, on considère la fonction f_a définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par

$$f_a(x) = \mathrm{e}^{x-a} - 2x + \mathrm{e}^a.$$

1. Montrer que pour tour réel a, la fonction f_a possède un minimum.

2. Existe-t-il une valeur de a pour laquelle ce minimum est le plus petit possible ?

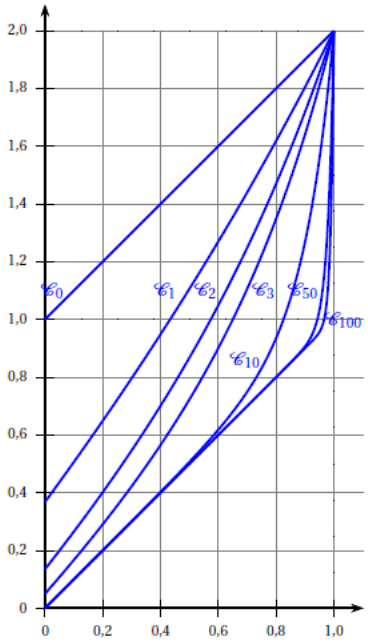
Ex 26 : *Baccalauréat S Asie 16 juin 2015 – ex 3*

Fonction exp – suites de fonctions – tangente – conjecture – suites - limites

Pour tout entier naturel n, on définit la fonction f_n pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;1]$ par :

$$f_n(x) = x + \mathrm{e}^{n(x-1)}.$$

On note $\mathscr{C}_n$ la représentation graphique de la fonction f_n dans un repère orthogonal.
Quelques-unes des courbes $\mathscr{C}_n$ sont représentées ci-contre.



Partie A : généralités sur les fonctions f_n

1. Démontrer que, pour tout entier naturel n, la fonction f_n est croissante et positive sur l'intervalle $[0\,;1]$.
2. Montrer que les courbes $\mathscr{C}_n$ ont toutes un point commun A, et préciser ses coordonnées.
3. À l'aide des représentations graphiques, peut-on conjecturer le comportement des coefficients directeurs des tangentes en A aux courbes $\mathscr{C}_n$ pour les grandes valeurs de n ?
   Démontrer cette conjecture.

Partie B : évolution de $f_n(x)$ lorsque x est fixé

Soit x un réel fixé de l'intervalle $[0\,;1]$. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = f_n(x)$.

1. Dans cette question, on suppose que $x = 1$. Étudier la limite éventuelle de la suite (u_n).
2. Dans cette question, on suppose que $0 \leqslant x < 1$. Étudier la limite éventuelle de la suite (u_n).

Ex 27 : *Baccalauréat S Amérique du nord – 30 mai 2014 – ex 2*

Fonction exp – position relative – distance – maximum

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$$f(x) = 5\mathrm{e}^{-x} - 3\mathrm{e}^{-2x} + x - 3.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f et $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y = x - 3$ dans un repère orthogonal du plan.

Partie A : Positions relatives de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{D}$

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $g(x) = f(x) - (x-3)$.

1. Justifier que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$, $g(x) > 0$.
2. La courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite $\mathscr{D}$ ont-elles un point commun ? Justifier.

Partie B : Étude de la fonction g

On note M le point d'abscisse x de la courbe $\mathscr{C}_f$, N le point d'abscisse x de la droite $\mathscr{D}$ et on s'intéresse à l'évolution de la distance MN.

1. Justifier que, pour tout x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$, la distance MN est égale à $g(x)$.
2. On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
   Pour tout x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$, calculer $g'(x)$.
3. Montrer que la fonction g possède un maximum sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ que l'on déterminera.
   En donner une interprétation graphique.

Ex 28 : *Baccalauréat S Polynésie – 13 juin 2014 – ex 4*

Fonction exp – tangente commune – position relative – limites

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^x \quad \text{et} \quad g(x) = 2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - 1.$$

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthogonal.

1. Démontrer que les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont un point commun d'abscisse 0 et qu'en ce point, elles ont la même tangente Δ dont on déterminera une équation.
2. Étude de la position relative de la courbe $\mathscr{C}_g$ et de la droite Δ
   Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - x - 2$.
   a. Déterminer la limite de la fonction h en $-\infty$.
   b. Justifier que, pour tout réel x, $h(x) = x\left(\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}} - 1 - \dfrac{2}{x}\right)$.
   En déduire la limite de la fonction h en $+\infty$.
   c. On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
   Pour tout réel x, calculer $h'(x)$ et étudier le signe de $h'(x)$ suivant les valeurs de x.
   d. Dresser le tableau de variations de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
   e. En déduire que, pour tout réel x, $2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - 1 \geqslant x + 1$.
   f. Que peut-on en déduire quant à la position relative de la courbe $\mathscr{C}_g$ et de la droite Δ ?
3. Étude de la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$
   a. Pour tout réel x, développer l'expression $\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - 1\right)^2$.
   b. Déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Ex 29 : *Baccalauréat S Antilles Guyane – 19 juin 2014 – ex 2*

Fonction exp – fonction auxiliaire – théorème des bijections – tangente – position relative

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{\mathrm{e}^x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Partie A

1. Soit g la fonction définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ par

   $$g(x) = 1 - x + \mathrm{e}^x.$$

   Dresser, en le justifiant, le tableau donnant les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$ (les limites de g aux bornes de son ensemble de définition ne sont pas attendues).
   En déduire le signe de $g(x)$.
2. Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis la limite de f en $+\infty$.
3. On appelle f' la dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   Démontrer que, pour tout réel x,

   $$f'(x) = \mathrm{e}^{-x} g(x).$$

4. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
5. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution réelle α sur $\mathbb{R}$.
   Démontrer que $-1 < \alpha < 0$.
6. a. Démontrer que la droite T d'équation $y = 2x + 1$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   b. Étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite T.

Ex 30 : *Baccalauréat S Asie – 19 juin 2014 – ex 3*

Fonction exp – dérivée seconde – théorème des bijections – valeur approchée et calculatrice

Une chaîne, suspendue entre deux points d'accroche de même hauteur peut être modélisée par la représentation graphique d'une fonction g définie sur $[-1\,;\,1]$ par

$$g(x)=\frac{1}{2a}\left(e^{ax}+e^{-ax}\right)$$

où a est un paramètre réel strictement positif. On ne cherchera pas à étudier la fonction g.

On montre en sciences physiques que, pour que cette chaîne ait une tension minimale aux extrémités, il faut et il suffit que le réel a soit une solution strictement positive de l'équation

$$(x-1)e^{2x}-1-x=0.$$

Dans la suite, on définit sur $[0\,;\,+\infty[$ la fonction f par $f(x)=(x-1)e^{2x}-1-x$ pour tout réel $x\geqslant 0$.

1. Déterminer la fonction dérivée de la fonction f.
   Vérifier que $f'(0)=-2$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty$.
2. On note f'' la fonction dérivée de f'.
   Vérifier que, pour tout réel $x\geqslant 0$, $f''(x)=4xe^{2x}$.
3. Montrer que, sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ la fonction f' s'annule pour une unique valeur, notée x_0.
4. **a.** Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, puis montrer que $f(x)$ est négatif pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,x_0]$.

   b. Calculer $f(2)$.
   En déduire que sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, la fonction f s'annule pour une unique valeur.
   Si l'on note a cette valeur, déterminer à l'aide de la calculatrice la valeur de a arrondie au centième.

Ex 31 : *Baccalauréat S Antilles-Guyane – 11 septembre 2014 – ex 2*

Fonction exp – suite convergente – représentation graphique – algorithme

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x)=xe^{-x}.$$

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. Déterminer la dérivée f' de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

On donne en **annexe** la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère du plan. La droite Δ d'équation $y=x$ a aussi été tracée.

Partie B

Soit la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=f(u_n)$.

1. Placer sur le graphique donné en **annexe**, en utilisant la courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite Δ, les points A_0, A_1 et A_2 d'ordonnées nulles et d'abscisses respectives u_0, u_1 et u_2. Laisser les tracés explicatifs apparents.
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $u_n>0$.
3. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
4. **a.** Montrer que la suite (u_n) est convergente.

   b. On admet que la limite de la suite (u_n) est solution de l'équation $xe^{-x}=x$.
   Résoudre cette équation pour déterminer la valeur de cette limite.

Partie C

On considère la suite (S_n) définie pour tout entier naturel n par

$$S_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k=u_0+u_1+\cdots+u_n.$$

Compléter l'algorithme donné en **annexe** afin qu'il calcule S_{100}.

```
Déclaration des variables :
        S et u sont des nombres réels
        k est un nombre entier
Initialisation :
        u prend la valeur ......
        S prend la valeur ......
Traitement :
        Pour k variant de 1 à ....
                u prend la valeur u × e^(-u)
                S prend la valeur ....
        Fin Pour
        Afficher ......
```