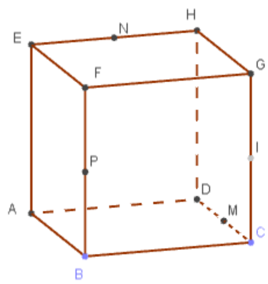
Produit scalaire dans l'espace

Pour les exercices 1 à 4, on considère le cube ci-contre de côté a . M, N, P et I sont les milieux respectifs de [CD], [EH], [BF] et [CG].



Ex 1 : ***Vrai ou faux***

1) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB^2$

2) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}=AC^2$

3) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{GE}$

4) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}$

5) $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{BH}=\overrightarrow{FH}^2$

6) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AC}=a^2\sqrt{2}$

7) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AG}=a^2\sqrt{6}$

8) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}=2a^2$

9) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{FG}=\vec{0}$

10) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AG}=0$

11) $\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{EF}=0$

Ex 2 : ***Calculer en projetant ...***

Calculer :

1) $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BG}$ 2) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{PG}$ 3) $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DI}$ 4) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AD}$

Ex 3 : ***Calculer en utilisant un repère ...***

En utilisant un repère orthonormé, calculer :

1) $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{PN}$ 2) $\overrightarrow{NI}.\overrightarrow{PM}$ 3) $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}$

Ex 4 : ***Trouver un angle***

En calculant de deux façons différentes le produit scalaire $\overrightarrow{DN}.\overrightarrow{DI}$, déterminer cos $\widehat{NDI}$, et déduire une valeur approchée à 10^{-1} près de $\widehat{NDI}$.

Ex 5 : ***Triangle rectangle***

Pour les exercices 5 et 8, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit $A(3;4;-2)$, $B(1;6;0)$ et $C(-2;2;1)$

Montrer que le triangle ABC est rectangle et indiquer en quel point.

Ex 6 : ***Triangle isocèle***

Soit $M(3;-4;-2)$, $N(-1;3;2)$ et $P(7;-1;3)$

Démontrer que MNP est isocèle et déterminer à 10^{-1} près tous les angles du triangle.

Ex 7 : ***Quadrilatère***

Soit $E(-3;2;1)$, $F(1;-1;3)$, $G(5;1;-3)$ et $H(1;4;-5)$

Montrer que EFGH est un quadrilatère puis déterminer sa nature.

Ex 8 : ***Angles orientés de vecteurs***

Soit $\vec{u}=2\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}+\sqrt{2}\vec{k}$.

Déterminer en radians les angles $(\vec{u},\vec{i})$ et $(\vec{u},\vec{k})$

Démontrer une orthogonalité sans les vecteurs

Ex 9 : ***Vrai ou faux***

Dans l'espace :

1) Deux droites orthogonales à une même droite sont parallèles entre elles.

2) Deux droites orthogonales à un même plan sont parallèles entre elles.

3) Deux plans orthogonaux à une même droite sont parallèles entre eux.

Ex 10 : ***Entre deux droites***

Dans le cube ABCDEFGH, dans chacun des cas montrer que les droites sont orthogonales :

1) (FG) et (AB) 2) (HG) et (FC) 3) (EB) et (GD) 4) (NF) et (HD)

Ex 11 : ***Entre une droite et un plan***

Dans le cube ABCDEFGH, dans chacun des cas montrer que la droite et le plan sont orthogonaux :

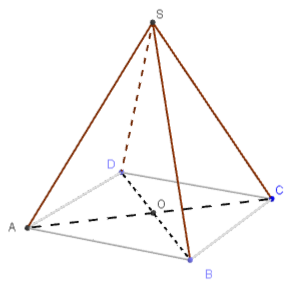
1) (AB) et (BFG) 2) (DG) et (BCE) 3) (AF) et (CEH) 4) (MI) et (CHE)

Ex 12 : ***Dans une pyramide à base carrée***

Soit la pyramide SABCD régulière à base carrée ci-contre . On note I le milieu de [BC].

1) Démontrer que les droites (SO) et (BC) sont orthogonales.

2) En déduire que la droite (BC) est orthogonale au plan (SOI).



Ex 13 : ***En utilisant la trigonométrie***

Soit un cube ABCDEFGH de côté 4 cm et le point O centre du carré EFGH.

1) Déterminer l'intersection des plans (EDG) et (HFB).

2) Calculer tan $\widehat{HDO}$ et tan $\widehat{DBH}$.

3) En déduire que les droites (HB) et (DO) sont orthogonales.

4) Démontrer que les droites (HD) et (EG) sont orthogonales.

5) En déduire que la droite (EG) est orthogonale au plan (HFB), puis orthogonale à la droite (HB).

6) Démontrer que la droite (HB) est orthogonale au plan (DEG).

Démontrer une orthogonalité avec les vecteurs

Dans la suite, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Ex 14 : ***Trouver a et b***

Déterminer les réels a et b pour que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\\a\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\1\\b\end{pmatrix}$ soient orthogonaux.

Ex 15 : ***Droites perpendiculaires – droites orthogonales***

Soit les points $A(0;4;2)$, $B(-1;-3;-2)$, $C(1;1;1)$ et $D(2;2;-1)$

1) Les droites (AB) et (BD) sont-elles perpendiculaires ?
2) Les droites (AB) et (CD) sont-elles orthogonales ?

Ex 16 : ***Projeté orthogonal***

Soit les points $A(0;-1;3)$ et $B(-1;2;5)$.
Montrer que le point $H(1;-4;1)$ est le projeté orthogonal du point $C(5;-2;0)$ sur la droite (AB) .

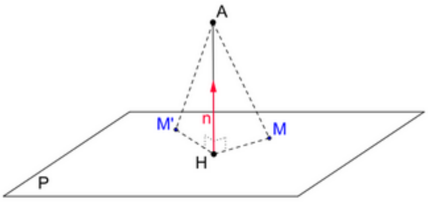
Ex 17 : ***Plan médiateur***

Définition :

Dans l'espace, **le plan médiateur** d'un segment est constitué des points équidistants des extrémités de ce segment. Il s'agit du plan passant par le milieu du segment et orthogonal à ce segment.

Dans le cube ABCDEFGH :
1) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont orthogonaux.
2) Démontrer que (DF) est perpendiculaire à (BEG).
3) (BEG) est-il le plan médiateur de [DF] ?

Ex 18 : ***Distance d'un point à un plan***



Définition :

Dans l'espace, **la distance d'un point à un plan** est la plus courte distance séparant ce point et un point du plan. Le théorème de Pythagore permet d'affirmer que la distance du point A au plan (P) correspond à la distance séparant A de son projeté orthogonal H sur le plan (P).

Dans un cube ABCDEFGH de côté a , on considère les points M, N et P centres respectifs des faces EFGH, BCGF et ABFE.

1) Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{DF}.\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{DF}.\overrightarrow{GP}$.
2) Montrer que (DF) est perpendiculaire à (MNP).
3) Soit T le point d'intersection de (DF) et (MNP).
Montrer que T est le projeté orthogonal de N sur (DF).
4) En calculant de deux façons différentes le produit scalaire $\overrightarrow{DF}.\overrightarrow{DN}$, déterminer le distance du point D au plan (MNP)

Ex 19 : ***Droites orthogonales***

Soit $A(-1;0;2)$, $B(1;1;3)$, $C(-2;1;4)$ et $D(0;1;0)$.
1) Donner une représentation paramétrique de (AB), puis de (CD).
2) Montrer que ces deux droites sont orthogonales, mais pas perpendiculaires.

Ex 20 : ***Droites perpendiculaires***

Soit $A(-1;1;3)$, $B(2;-1;-2)$, $C(0;1;-4)$ et $D(2;-1;-2)$.
1) Donner une représentation paramétrique de (AB), puis de (CD).
2) Montrer que ces deux droites sont perpendiculaires et déterminer leur point d'intersection.

Équations de plans

Ex 21 : ***Vrai ou faux***

Soit le plan $P: x-2y+z-2=0$.

1) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur

2) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal

3) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\4\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal

4) P passe par $A(0;0;2)$

Ex 22 : ***Équation cartésienne d'un plan : point et vecteur normal***

Dans chacun des cas, déterminer une équation cartésienne du plan passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$.

1) $A(2;-1;3)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}$ 2) $A(1;5;0)$ et $\vec{n}=\vec{i}-2\vec{j}$

Ex 23 : ***Équation cartésienne d'un plan : trois points***

Soit les points $A(1;5;0)$, $B(2;0;-1)$ et $C(0;3;4)$.

1) Déterminer un vecteur normal au plan (ABC).
2) Donner une équation cartésienne du plan (ABC).
3) Recommencer avec $A(1;2;-3)$, $B(4;-1;5)$ et $C(4;7;-6)$

Ex 24 : ***Projeté orthogonal***

Soit le plan $P: -5x+y-z-6=0$ et le point $A(-6;2;-1)$.
Démontrer que $B(-1;1;0)$ est le projeté orthogonal de A sur le plan P.

Position relative de deux plans

Ex 25 : ***Plans perpendiculaires***

Dans chacun des cas, après avoir déterminé des vecteurs normaux aux plans P et Q , déterminer leur position relative :

1) $P: -x-y+2z-5=0$ et $Q: 2x+4y-3z=0$
2) $P: x-2y+z-4=0$ et $Q: -3x+y-4z-2=0$
3) $P: x-2y+3=0$ et $Q: 2x+y-3z-5=0$
4) $P: x=-1$ et $Q: z=2$

Ex 26 : ***Intersection de deux plans***

Dans chacun des cas, démontrer que les plans P et Q sont sécants, déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection puis donner un vecteur directeur de cette droite.

1) $P: 2x-3y+z-4=0$ et $Q: x+2y-z+1=0$

2) $P: x-3y+2z-5=0$ et $Q: 2x+y+7z-1=0$

Ex 27 : ***Plans parallèles***

Soit les plans $P: -2x+4y-3z+2=0$ et $Q: x-2y+\frac{3}{2}z-5=0$.

1) Montrer que les plans P et Q sont parallèles.
2) Déterminer une équation cartésienne du plan R parallèle au plan P et passant par le point $A(-2;0;3)$

Position relative d'une droite et d'un plan

Ex 28 : ***Vrai ou faux***

Soit la droite $d: \begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+t \\ z=3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ et le plan $P: 2x-y-3z+10=0$

1) d et P sont parallèles

2) d et P sont perpendiculaires.

3) Leur point d'intersection a pour paramètre $t=0$ sur la droite.

4) Leur point d'intersection a pour coordonnées $(-1;-1;3)$

Ex 29 : ***Intersection d'une droite et d'un plan***

Dans chacun des cas, déterminer les coordonnées du point d'intersection, quand il existe, de la droite d et du plan P :

1) $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ et $P: 5x-y+2z=0$

2) $d: \begin{cases} x=1-2k \\ y=1+k \\ z=3k \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$ et $P: x-y+z+1=0$

3) $d: \begin{cases} x=1+s \\ y=2+s \\ z=s \end{cases}$, $s \in \mathbb{R}$ et $P: x+y-2z-3=0$

4) $d: \begin{cases} x=1-s \\ y=2+s \\ z=3s+9 \end{cases}$, $s \in \mathbb{R}$ et $P: z=0$

Ex 30 : ***Étudier la position relative d'une droite et d'un plan***

Soit les points $A(0;-1;-1)$ et $B(1;0;0)$.

1) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
2) Étudier la position relative de cette droite avec chacun des plans
$P: -3x+y+2z+3=0$, $Q: 2x-3y+z-3=0$ et $R: -x+2y-3z+3=0$

Intersection de deux droites

Ex 31 : ***Droites sécantes***

Soit les droites $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=1-t \\ z=1-2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ et $d': \begin{cases} x=4-5t \\ y=3-2t \\ z=-1+2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

1) Démontrer que les droites d et d' sont sécantes.
2) Déterminer une équation cartésienne du plan contenant ces deux droites.

Ex 32 : ***Droites parallèles***

Soit les droites $d: \begin{cases} x=-2-4t \\ y=3+2t \\ z=1-2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ et $d': \begin{cases} x=1+2t \\ y=5-t \\ z=-1+t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

1) Démontrer que les droites d et d' sont strictement parallèles.

2) Déterminer une équation cartésienne du plan contenant ces deux droites.

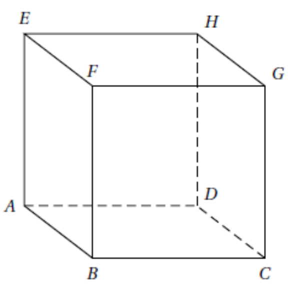
EN ROUTE VERS LE BAC

Ex 33 : ***Baccalauréat S – Pondichéry 17 avril 2015 – ex 4***

Repère – équations de droites et de plans – produit scalaire – algorithme – calcul de volume

Soit un cube ABCDEFGH d'arête 1.
Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, on considère les points M, N et P de coordonnées respectives $M\left(1; 1; \frac{3}{4}\right)$, $N\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$, $P\left(1; 0; -\frac{5}{4}\right)$.

1. Placer M, N et P sur la figure donnée en annexe.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$.
   En déduire que les points M, N et P ne sont pas alignés.
3. On considère l'algorithme 1 donné en annexe.
   a. Exécuter *à la main* cet algorithme avec les coordonnées des points M, N et P données ci-dessus.
   b. À quoi correspond le résultat affiché par l'algorithme ? Qu'en déduire pour le triangle MNP ?
4. On considère l'algorithme 2 donné en annexe. Le compléter pour qu'il teste et affiche si un triangle MNP est rectangle et isocèle en M.
5. On considère le vecteur $\vec{n}(5; -8; 4)$ normal au plan (MNP).
   a. Déterminer une équation cartésienne du plan (MNP).
   b. On considère la droite Δ passant par F et de vecteur directeur $\vec{n}$.
   Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.
6. Soit K le point d'intersection du plan (MNP) et de la droite Δ.
   a. Démontrer que les coordonnées du point K sont $\left(\frac{4}{7}; \frac{24}{35}; \frac{23}{35}\right)$.
   b. On donne $FK = \sqrt{\frac{27}{35}}$.
   Calculer le volume du tétraèdre MNPF.*



Algorithme 1

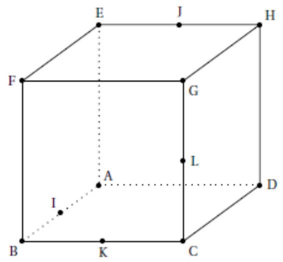
Saisir $x_M, y_M, z_M, x_N, y_N, z_N, x_P, y_P, z_P$
d prend la valeur $x_N - x_M$
e prend la valeur $y_N - y_M$
f prend la valeur $z_N - z_M$
g prend la valeur $x_P - x_M$
h prend la valeur $y_P - y_M$
i prend la valeur $z_P - z_M$
k prend la valeur $d \times g + e \times h + f \times i$
Afficher k

Algorithme 2 (à compléter)

Saisir $x_M, y_M, z_M, x_N, y_N, z_N, x_P, y_P, z_P$
d prend la valeur $x_N - x_M$
e prend la valeur $y_N - y_M$
f prend la valeur $z_N - z_M$
g prend la valeur $x_P - x_M$
h prend la valeur $y_P - y_M$
i prend la valeur $z_P - z_M$
k prend la valeur $d \times g + e \times h + f \times i$

Ex 34 : *Baccalauréat S – Liban 27 mai 2015 – ex 1*

Repère – équations de droites et de plans – intersection d'une droite et d'un plan – produit scalaire – volume – droites sécantes



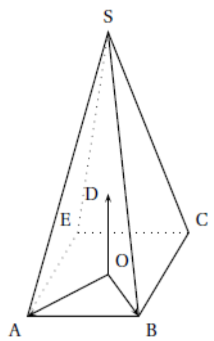
I est le milieu du segment [AB], J est le milieu du segment [EH], K est le milieu du segment [BC] et L est le milieu du segment [CG].
On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1. **a.** Démontrer que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK).
   b. En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).
3. Soit M le point d'intersection de la droite (FD) et du plan (IJK). Déterminer les coordonnées du point M.
4. Déterminer la nature du triangle IJK et calculer son aire.
5. Calculer le volume du tétraèdre FIJK.
6. Les droites (IJ) et (KL) sont-elles sécantes ?*

Ex 35 : *Baccalauréat S – Amérique du nord 2 juin 2015 – ex 1*

Repère – théorème de Thalès – théorème du toît – produit scalaire – équations de droites et de plans – intersection d'une droite et d'un plan – volumes

Dans l'espace, on considère une pyramide SABCE à base carrée ABCE de centre O.
Soit D le point de l'espace tel que $\left(O ; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}\right)$ soit un repère orthonormé. Le point S a pour coordonnées $(0 ; 0 ; 3)$ dans ce repère.



Partie A

1. Soit U le point de la droite (SB) de cote 1. Construire le point U sur la figure jointe en **annexe 1**, (**à rendre avec la copie**).
2. Soit V le point d'intersection du plan (AEU) et de la droite (SC). Montrer que les droites (UV) et (BC) sont parallèles. Construire le point V sur la figure jointe en **annexe 1**, (**à rendre avec la copie**).
3. Soit K le point de coordonnées $\left(\frac{5}{6} ; -\frac{1}{6} ; 0\right)$.
   Montrer que K est le pied de la hauteur issue de U dans le trapèze AUVE.

Partie B

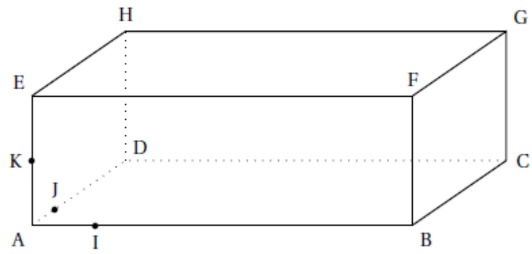
Dans cette partie, on admet que l'aire du quadrilatère AUVE est $\frac{5\sqrt{43}}{18}$.

1. On admet que le point U a pour coordonnées $\left(0 ; \frac{2}{3} ; 1\right)$.
   Vérifier que le plan (EAU) a pour équation $3x - 3y + 5z - 3 = 0$.
2. Donner une représentation paramétrique de la droite (d) orthogonale au plan (EAU) passant par le point S.
3. Déterminer les coordonnées de H, point d'intersection de la droite (d) et du plan (EAU).
4. Le plan (EAU) partage la pyramide (SABCE) en deux solides. Ces deux solides ont-ils le même volume ?*

Ex 36 : *Baccalauréat S – Polynésie 12 juin 2015 – ex 1*

Repère – équations de droites et de plans – intersection d'une droite et d'un plan – section

On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-dessous, pour lequel AB = 6, AD = 4 et AE = 2.
I, J et K sont les points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.



On se place dans le repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AK}\right)$.

1. Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{n}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$ est normal au plan (IJG).
2. Déterminer une équation du plan (IJG).
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection L du plan (IJG) et de la droite (BF).
4. Tracer la section du pavé ABCDEFGH par le plan (IJG). Ce tracé sera réalisé sur la figure donnée en **annexe à rendre avec la copie**). On ne demande pas de justification.*

Ex 37 : *Baccalauréat S – Métropole 22 juin 2015 – ex 2*

Repère – équations de droites et de plans – droites non coplanaires – distance minimale

Dans un repère orthonormé (O, I, J, K) d'unité 1 cm, on considère les points A(0 ; −1 ; 5), B(2 ; −1 ; 5), C(11 ; 0 ; 1), D(11 ; 4 ; 4).

Un point M se déplace sur la droite (AB) dans le sens de A vers B à la vitesse de 1 cm par seconde.
Un point N se déplace sur la droite (CD) dans le sens de C vers D à la vitesse de 1 cm par seconde.
À l'instant $t = 0$ le point M est en A et le point N est en C.
On note M_t et N_t les positions des points M et N au bout de t secondes, t désignant un nombre réel positif.
On admet que M_t et N_t, ont pour coordonnées : $M_t(t\,;\,-1\,;\,5)$ et $N_t(11\,;\,0{,}8t\,;\,1+0{,}6t)$.

Les questions 1 *et* 2 *sont indépendantes.*

1. a. La droite (AB) est parallèle à l'un des axes (OI), (OJ) ou (OK). Lequel ?
   b. La droite (CD) se trouve dans un plan $\mathscr{P}$ parallèle à l'un des plans (OIJ), (OIK) ou (OJK).
   Lequel ? On donnera une équation de ce plan $\mathscr{P}$.
   c. Vérifier que la droite (AB), orthogonale au plan $\mathscr{P}$, coupe ce plan au point E(11 ; −1 ; 5).
   d. Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ?
2. a. Montrer que $M_tN_t^2 = 2t^2 - 25{,}2t + 138$.
   b. À quel instant t la longueur M_tN_t est-elle minimale ?*

Ex 38 : *Baccalauréat S – Nouvelle-Calédonie 19 nov 2015 – ex 3*

Repère – implications vraies ? – contre-exemple – intersection d'une droite et d'un plan – produit scalaire – Théorème de Pythagore

Soient x, y et z trois nombres réels. On considère les implications (P_1) et (P_2) suivantes :

$$(P_1)\qquad (x+y+z=1) \Rightarrow \left(x^2+y^2+z^2 \geqslant \frac{1}{3}\right)$$

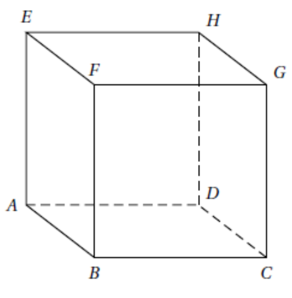
$$(P_2)\qquad \left(x^2+y^2+z^2 \geqslant \frac{1}{3}\right) \Rightarrow (x+y+z=1)$$

Partie A

L'implication (P_2) est-elle vraie ?

Partie B

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$, représenté ci-dessous, et on définit le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.



1. a. Vérifier que le plan d'équation $x+y+z=1$ est le plan (BDE).
   b. Montrer que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE).
   c. Montrer que l'intersection de la droite (AG) avec le plan (BDE) est le point K de coordonnées $\left(\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\right)$.
2. Le triangle BDE est-il équilatéral ?
3. Soit M un point de l'espace.
   a. Démontrer que si M appartient au plan (BDE), alors $AM^2 = AK^2 + MK^2$.
   b. En déduire que si M appartient au plan (BDE), alors $AM^2 \geqslant AK^2$.
   c. Soient x, y et z des réels quelconques. En appliquant le résultat de la question précédente au point M de coordonnées $(x\,;\,y\,;\,z)$, montrer que l'implication (P_1) est vraie.*

Ex 39 : *Baccalauréat S – Pondichéry 27 avril 2017 – ex 5*

Équations de plans – section

On considère un cube ABCDEFGH fourni en annexe.
L'espace est rapporté au repère $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.

On note $\mathscr{P}$ le plan d'équation $x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z - 1 = 0$.
Construire, sur la figure fournie en annexe, la section du cube par le plan $\mathscr{P}$.
La construction devra être justifiée par des calculs ou des arguments géométriques.