Dans ce cours, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

Représentation paramétrique d'une droite de l'espace :

Soit d la droite de l'espace passant par le point A de coordonnées $(x_A\,;y_A\,;z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}\lambda\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$.

Un point M de coordonnées $(x\,;y\,;z)$ appartient à d si, et seulement si il existe un réel k tel que : $\begin{cases}x=x_A+k\,\lambda\\ y=y_A+k\,\beta\\ z=z_A+k\,\gamma\end{cases}$

Il n'y a pas unicité de la représentation paramétrique d'une droite de l'espace.

$\begin{cases}x=x_A+k\,\lambda\\ y=y_A+k\,\beta\\ z=z_A+k\,\gamma\end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$ est **une représentation paramétrique** de la droite d.

Le paramètre k peut être remplacé par n'importe quelle autre lettre distincte de x, y et z. On utilise aussi souvent la lettre t.

Pour représenter un segment, ou une demi-droite, il suffit par exemple de choisir $k\in[0;1]$ ou $k\in\mathbb{R}^+$, suivant le vecteur directeur et le point choisis.

Interprétation géométrique d'un système :

Si λ, β et γ sont trois réels non nuls simultanément, le système $\begin{cases}x=a+k\,\lambda\\ y=b+k\,\beta\\ z=c+k\,\gamma\end{cases}$ est une représentation paramétrique de la droite passant par le point de coordonnées $(a\,;b\,;c)$ et de vecteur directeur $\begin{pmatrix}\lambda\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$.

Équations de plan :

Le plan qui passe par A et de vecteur normal $\vec{n}$ est l'ensemble des points M tels que :

$$\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$$

Un plan admet une infinité d'équations

On peut faire un parallèle avec les équations de droites dans le plan.

- Tout plan admet une équation du type $ax+by+cz+d=0$ où l'un au moins des réels a, b et c est non nul et d est un réel quelconque. De plus, le vecteur non nul $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}$ est normal à P.
- **Réciproquement :** Soit a, b, c et d des réels tels que l'un au moins des réels a, b et c n'est pas nul.

L'ensemble des points M $(x\,;y\,;z)$ de l'espace tels que $ax+by+cz+d=0$ est un plan de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}$

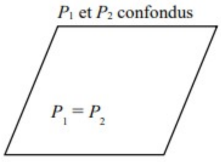
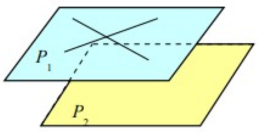
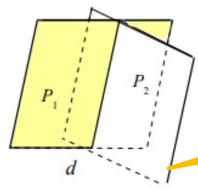
Plans parallèles à l'un des plans de coordonnées :

- tout plan parallèle au plan (xOy) admet une équation du type $z=k$
- tout plan parallèle au plan (yOz) admet une équation du type $x=k$
- tout plan parallèle au plan (xOz) admet une équation du type $y=k$

Positions relatives de deux plans :

Soit P_1 et P_2 deux plans d'équations respectives $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ et $a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$, et de vecteurs normaux respectifs $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$.

Le tableau ci-contre résume les différentes positions de P_1 et P_2 et indique l'ensemble des solutions du système $(S):\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0\\ a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0\end{cases}$

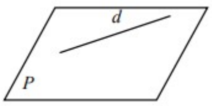
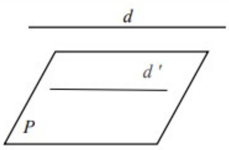
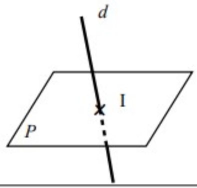
P_1 et P_2 sont parallèles		P_1 et P_2 sont sécants
P_1 et P_2 confondus 	 P_1 et P_2 sont strictement parallèles	
$\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ colinéaires Les suites (a_1, b_1, c_1) et (a_2, b_2, c_2) sont proportionnelles		$\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ non colinéaires Les suites (a_1, b_1, c_1) et (a_2, b_2, c_2) ne sont pas proportionnelles
(S) admet une infinité de solutions : tous les triplets $(x\,;y\,;z)$ solution de l'une des deux équations	(S) n'admet aucune solution	(S) admet une infinité de solutions : tous les triplets $(x\,;y\,;z)$ coordonnées des points de d

On dit que (S) est un système d'équations cartésiennes de la droite d.

Positions relatives d'une droite et d'un plan :

Soit P le plan d'équation $ax+by+cz+d=0$ de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}$ et d la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}\lambda\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$ et passant par le point A $(x_A;y_A;z_A)$.

Le tableau ci-contre résume les différentes positions de d et P et indique l'ensemble des solutions du système $(S):\begin{cases}x=x_A+t\,\lambda\\ y=y_A+t\,\beta\\ z=z_A+t\,\gamma\\ ax+by+cz+d=0\end{cases}$.

d et P sont parallèles		d et P sont sécants
 d est contenue dans P	 d est strictement parallèle à P	
$\vec{u}$ et $\vec{n}$ orthogonaux		$\vec{u}$ et $\vec{n}$ non orthogonaux
(S) admet une infinité de solutions : tous les triplets $(x\,;y\,;z)$ coordonnées des points de d	(S) n'admet aucune solution	(S) a une unique solution : $(x_I\,;y_I\,;z_I)$ coordonnées de I