1ère **Devoir Surveillé n ° 1**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème : 1) 4 pts 2) 6 pts 3) 5 pts 4) 5 pts	**Nom :**

Commentaires : ***Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …***

Répondre sur cette feuille

Ex 1 : ***QCM*** Quelles sont les phrases synonymes de : « 5 est une racine du trinôme $P(x)=2x^2-13x+15$ » ?

Entourer la lettre si la phrase est synomyme.

a) 5 est l'image de 0 par le trinôme P.

b) 0 est l'image de 5 par le trinôme P.

c) 5 est solution de l'équation $P(x)=0$.

d) 0 est solution de l'équation $P(x)=5$.

e) Le point de coordonnées (0 ;5) appartient à la courbe C_P .

f) Le point de coordonnées (5 ;0) appartient à la courbe C_P .

h) Le trinôme P est factorisable par $(x+5)$.

i) Le trinôme P est factorisable par $(x-5)$.

Ex 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{2x}{2x+3}=\frac{x-1}{3x}$

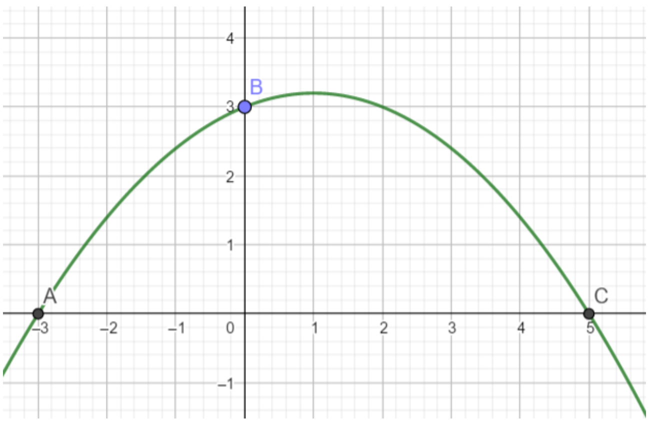
2) $x^4-x^2-2=0$

Ex 3 : On considère la parabole ci-contre passant par les points A, B et C de coordonnées entières.

1) Quel est le signe de a ?

2) Quel est le signe de Δ ?

3) Déterminer l'équation de la parabole.



<u>Ex 4 :</u> Soit P le polynôme de degré 3 défini par $\mathrm{P}(x)=3x^3-6x^2-3x+6$.

1) Démontrer que 1 est une racine de P.

2) On peut alors factoriser P comme suit : $\mathrm{P}(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$. En déduire les valeurs de a , b et c .

3) Factoriser P.

Correction :

Ex 1 : ***QCM***

a) 5 est l'image de 0 par le trinôme P.

b) 0 est l'image de 5 par le trinôme P.

c) 5 est solution de l'équation $P(x)=0$.

d) 0 est solution de l'équation $P(x)=5$.

e) Le point de coordonnées (0 ;5) appartient à la courbe C_P .

f) Le point de coordonnées (5 ;0) appartient à la courbe C_P .

h) Le trinôme P est factorisable par $(x+5)$.

i) Le trinôme P est factorisable par $(x-5)$.

Ex 2 :

1) Pour tout $x\neq-\frac{3}{2}$ et $x\neq0$, on a :

$$\frac{2x}{2x+3}=\frac{x-1}{3x} \Leftrightarrow 6x^2=2x^2-2x+3x-3 \Leftrightarrow 4x^2-x+3=0$$

Δ <0, donc l'équation n'a pas de solution.

2) $x^4-x^2-2=0$ (E)
On pose $X=x^2$
On est amené à résoudre $X^2-X-2=0$ (E')

$X_1=-1$ est une racine évidente de (E').
$X_1X_2=-2 \Leftrightarrow X_2=2$

L'équation $x^2=-1$ n'a pas de solutions.

Donc les solutions de (E) sont les solutions de l'équation :

$x^2=2 \Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$ ou $x=\sqrt{2}$

Ainsi $S=\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$

Ex 3 :

1) $a<0$ 2) $\Delta>0$

3) On a $P(-3)=0$ et $P(5)=0$, donc le trinôme admet une forme factorisée du type :

$$P(x)=a(x-(-3))(x-5)=a(x+3)(x-5)$$

De plus $P(0)=3$
$\Rightarrow a(0+3)\times(0-5)=3 \Rightarrow a=-\frac{1}{5}$

On obtient donc $P(x)=-\frac{1}{5}(x+3)(x-5)$

Ex 4 :

1) $P(1)=0$, donc 1 est bien une racine évidente.

2) Pour tout réel x , on a :

$$(x-1)(ax^2+bx+c) = ax^3+bx^2+cx-ax^2-bx-c = ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$$

Par identification avec $f(x)$, on obtient : $\begin{cases} a=3 \\ b-a=-6 \\ c-b=-3 \\ -c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-3 \\ c=-6 \end{cases}$

Ainsi pour tout réel x , on a : $f(x)=(x-1)(3x^2-3x-6)$

c) $x_1=-1$ est une racine évidente .
$x_1\times x_2=-\frac{6}{3}$, donc $x_2=2$

On en déduit que pour tout réel x , $3x^2-3x-6=3(x+1)(x-2)$ et $f(x)=3(x-2)(x-1)(x+1)$