1ère **Pique-nique n ° 2**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème : **1)** 5 pts **2)** 6 pts **3)** 4 pts **4)** 3 pts **5)** 2 pts	**Nom :**

Répondre sur cette feuille

Ex 1 : Vrai ou faux (réponse juste : + 0,5 / réponse fausse : -0,5 / pas de réponse : 0)

		Réponses
1	Si $u_5 > u_4 > u_3 > u_2 > u_1 > u_0$, alors (u_n) est strictement croissante.	
2	Si (u_n) est positive, alors (u_n) est monotone.	
3	Une suite croissante est toujours minorée.	
4	Une suite peut être à la fois croissante et majorée.	
5	Si une suite (u_n) est décroissante alors $u_{1000} > u_{100} > u_{10}$	
6	Si une suite (u_n) est croissante alors $u_{-2} < u_{-1}$	
7	Soit une suite (u_n) et la fonction f telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = f(n)$. Si (u_n) est décroissante, alors f est décroissante sur $\mathbb{R}^+$.	
8	Soit une suite (u_n) et la fonction f telle que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = f(n)$. Si f est décroissante sur $\mathbb{R}^+$, alors (u_n) est décroissante.	
9	Un suite qui vérifie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$ est forcément croissante.	
10	Une suite croissante peut avoir une limite égale à -1000.	

Ex 2 : Dans chaque cas, étudier la monotonie de la suite (u_n) .

1) $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n - 7n^2 + 6n - 5$

2) $u_n = \frac{n-5}{n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

3) $u_n = \frac{2}{3^n}$

Ex 3 : Dans chacun des cas, indiquer si la suite est minorée, majorée ou bornée.

1) $u_n=\dfrac{(-1)^n}{4}-3$

2) $u_n=\dfrac{n^2+1}{n^2+3}$

Ex 4 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2+2x-4$ et la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

1) Compléter le programme ci-dessous permettant de calculer et d'afficher u_{30} .

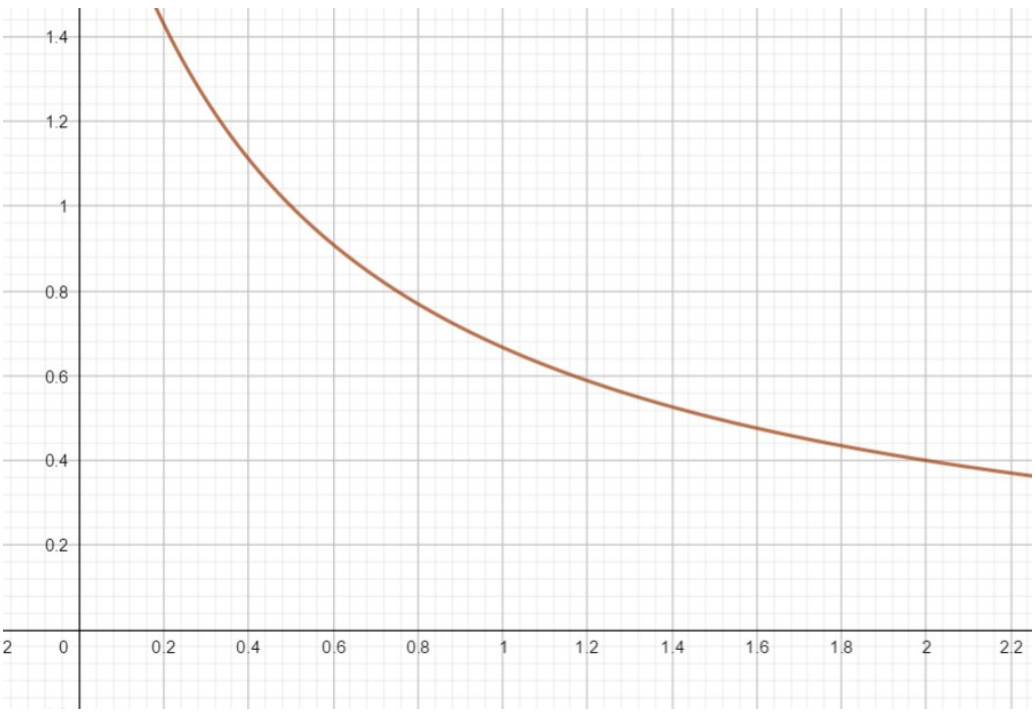
```
Def f(x) :
    return(x**2+2*x-4)
u=....
def terme(n) :
    for i in range (1,........):
        u=........
    print(u)
terme(30)
```

2) Compléter, puis modifier les deux dernières lignes du programme afin qu'il affiche tous les termes de u_1 à u_{50} .

```
Def f(x) :
    return(x**2+2*x-4)
u=....
def terme(n) :
    for i in range (1,........):
        u=........
```

Ex 5 : On considère la fonction f définie pour $x \neq -0,5$, par $f(x)=\dfrac{1}{x+0,5}$ (dont la représentation graphique est donnée ci-dessous) et la suite (u_n) , définie par $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$.

Représenter les premiers termes de la suite (u_n) sur les axes, puis conjecturer le comportement de la suite (variations et limites éventuelles).



Correction :

Ex 1 : Vrai ou faux (réponse juste : + 0,5 / réponse fausse : -0,5 / pas de réponse : 0)

1	Si $u_5>u_4>u_3>u_2>u_1>u_0$, alors (u_n) est strictement croissante.	Faux
2	Si (u_n) est positive, alors (u_n) est monotone.	Faux
3	Une suite croissante est toujours minorée.	Vrai
4	Une suite peut être à la fois croissante et majorée.	Vrai
5	Si une suite (u_n) est décroissante alors $u_{1000}>u_{100}>u_{10}$	Faux
6	Si une suite (u_n) est croissante alors $u_{-2}<u_{-1}$	Faux
7	Soit une suite (u_n) et la fonction f telle que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=f(n)$. Si (u_n) est décroissante, alors f est décroissante sur $\mathbb{R}^+$.	Faux
8	Soit une suite (u_n) et la fonction f telle que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=f(n)$. Si f est décroissante sur $\mathbb{R}^+$, alors (u_n) est décroissante.	Vrai
9	Un suite qui vérifie pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\geqslant 1$ est forcément croissante.	Faux
10	Une suite croissante peut avoir une limite égale à -1000.	Vrai

Ex 2 : 1) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a : $u_{n+1}-u_n=-7n^2+6n-5$

$\Delta<0$, $-7n^2+6n-5$ est du signe de $a=-7$ donc $u_{n+1}-u_n<0$ et (u_n) est strictement décroissante.

2) Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on a : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{n+1-5}{n+1}-\dfrac{n-5}{n}=\dfrac{n(n-4)-(n+1)(n-5)}{n(n+1)}=\dfrac{5}{n(n+1)}>0$ et (u_n) est donc strictement croissante

3) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{\frac{2}{3^{n+1}}}{\frac{2}{3^n}}=\left(\dfrac{2}{3^{n+1}}\right)\left(\dfrac{3^n}{2}\right)=\dfrac{1}{3}<1$. Comme $u_n>0$, on a $u_{n+1}<u_n$ et (u_n) est donc strictement décroissante

Ex 3 : Dans chacun des cas, indiquer si la suite est minorée, majorée ou bornée.

1) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a :

$-1\leqslant(-1)^n\leqslant 1 \Rightarrow -\dfrac{1}{4}\leqslant\dfrac{(-1)^n}{4}\leqslant\dfrac{1}{4} \Rightarrow -\dfrac{13}{4}\leqslant u_n\leqslant-\dfrac{11}{4}$

Donc (u_n) est bornée.

2) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a, clairement :

$0\leqslant u_n\leqslant 1$

Donc (u_n) est bornée.

Ex 4 :

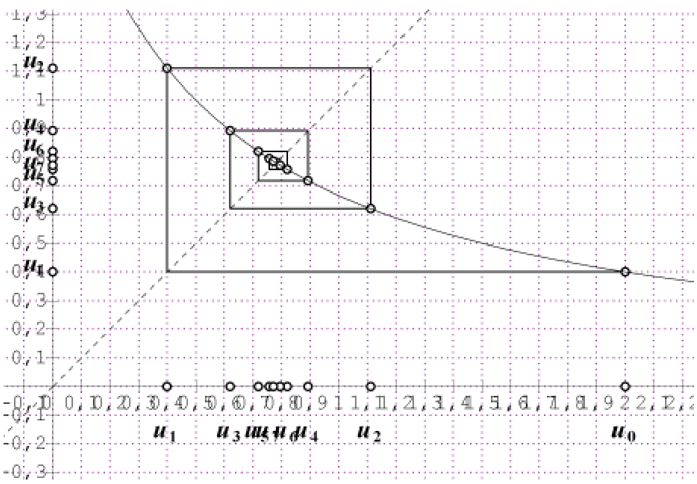
1)

```
Def f(x) :
    return(x**2+2*x-4)
u=2
def terme(n) :
    for i in range (1,n+1):
        u=f(u)
    print(u)
terme(30)
```

2)

```
Def f(x) :
    return(x**2+2*x-4)
u=2
def terme(n) :
    for i in range (1,n+1):
        u=f(u)
        print(u)
terme(50)
```

Ex 5 :



La suite n'est ni croissante, ni décroissante.
La suite semble tendre vers l'abscisse du point d'intersection de la courbe représentant la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{1}{x+0,5}$ et la droite d'équation $y=x$.