1ère **Pique-nique n ° 1**

- Durée 1h30
- Calculatrices de lycée interdites

Barème :	**Nom :**
1) 2 pts **2)** 3 pts **3)** 5 pts **4)** 2 pts **5)** 4 pts **5)** 4 pts	

Répondre sur cette feuille

Ex 1 : Dans la liste ci-dessous, entourer les trinômes du second degré :

$P_1(x)=2x^2-\frac{5}{4}x+1$ $P_2(x)=(x-2)^2-(x-5)^2$ $P_3(x)=(2x-5)(2-x)$ $P_4(x)=2(x-3)^2+5$ $P_5(x)=\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2+1}$ $P_6(x)=\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1}$

Ex 2 : 1) Ecrire le trinôme $Q(x)=2x^2+5x+1$ sous forme canonique :

2) En déduire les coordonnées du sommet S de la parabole représentant Q.

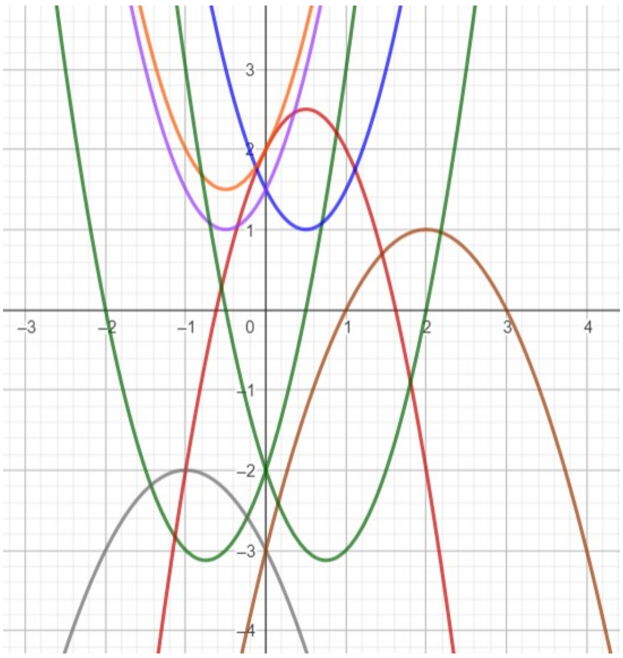
Ex 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{2x-1}{x+1}=\frac{x-3}{2x+2}$ (E_1)

2) $4x^4+4x^2-3=0$ (E_2)

Ex 4 : Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \longmapsto \sqrt{3x^2-10x+7}$

Ex 5 : Faire correspondre avec une flèche la courbe représentant chacun des 4 trinômes ci-dessous :



$f(x)=(2x-1)(x+2)$

$g(x)=-2x^2+2x+2$

$h(x)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+1$

$s(x)=-x^2+4x-3$

Ex 6 : Soit P le polynôme de degré 3 défini par $\mathrm{P}(x)=3x^3-2x^2-3x+2$.

1) Trouver une racine évidente de P.

2) On peut alors factoriser P comme suit : $\mathrm{P}(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$. En déduire les valeurs de a , b et c .

3) Factoriser P.

Correction :

Ex 1 : Dans la liste ci-dessous,entourer les trinômes du second degré :

$P_1(x)=2x^2-\frac{5}{4}x+1$ $P_2(x)=(x-2)^2-(x-5)^2$ $P_3(x)=(2x-5)(2-x)$ $P_4(x)=2(x-3)^2+5$ $P_5(x)=\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2+1}$ $P_6(x)=\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1}$

Ex 2 :

1) $Q(x)=2x^2+5x+1=2\left(x^2+\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}\right)=2\left(\left(x+\frac{5}{4}\right)^2-\frac{25}{16}+\frac{1}{2}\right)=2\left(\left(x+\frac{5}{4}\right)^2-\frac{17}{16}\right)=2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2-\frac{17}{8}$

2) $S\left(-\frac{5}{4};-\frac{17}{8}\right)$

Ex 3 :

1) Pour tout $x\neq-1$, on a :

$$\frac{2x-1}{x+1}=\frac{x-3}{2x+2} \Leftrightarrow (2x-1)(2x+2)=(x-3)(x+1)$$
$$\Leftrightarrow 4x^2+4x-2x-2=x^2+x-3x-3$$
$$\Leftrightarrow 3x^2+4x+1=0 \quad (E'_1)$$

$x_1=-1$ est une racine évidente de (E'_1) .

$x_1x_2=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x_2=-\frac{1}{3}$

Comme -1 est valeur interdite, on en déduit que $-\frac{1}{3}$ est l'unique solution de (E_1) .

2) $4x^4+4x^2-3=0 \quad (E_2)$

On pose $X=x^2$

On est amené à résoudre $4X^2+4X-3=0$ (E')

$\Delta=4^2+4\times4\times3=16+48=64$

$X_1=\frac{-4-\sqrt{64}}{8}=-\frac{12}{8}=-\frac{3}{2}$ et $X_2=\frac{-4+\sqrt{64}}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

L'équation $x^2=\frac{-3}{2}$ n'a pas de solutions.

Donc les solutions de (E_2) sont les solutions de l'équation :

$x^2=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ex 4 : Déterminer l'ensemble de définition de $f: x \longmapsto \sqrt{3x^2-10x+7}$

$x\in D_f \Leftrightarrow 3x^2-10x+7\geqslant0$

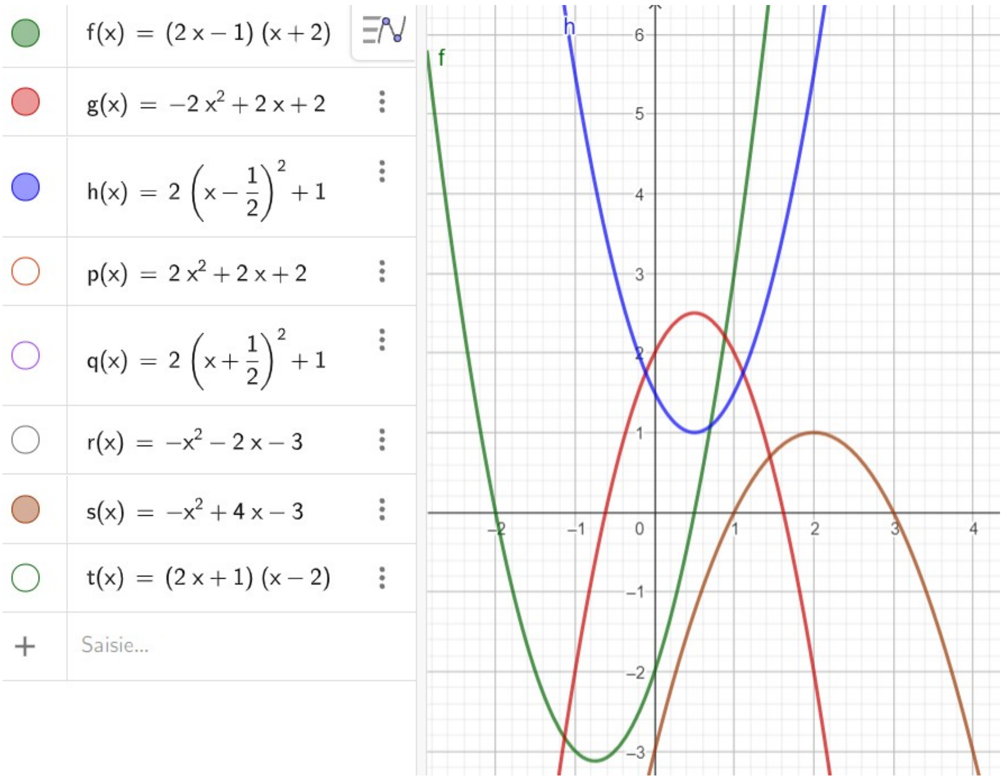
… on obtient $x_1=1$ et $x_2=\frac{7}{3}$

$3x^2-10x+7$ est du signe de $a=3$ sauf entre les racines.

On a donc : $3x^2-10x+7\geqslant0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty;1\right]\cup\left[\frac{7}{3};+\infty\right[$

Et $D_f=\left]-\infty;1\right]\cup\left[\frac{7}{3};+\infty\right[$

Ex 5 :



Ex 6 :

1) $P(1)=0$, donc 1 est une racine évidente. $P(x)=3x^3-2x^2-3x+2$

2) Pour tout réel x , on a :

$$(x-1)(ax^2+bx+c) = ax^3+bx^2+cx-ax^2-bx-c = ax^3+(b-a)x^2+(c-b)x-c$$

Par identification avec $f(x)$, on obtient : $\begin{cases} a=3 \\ b-a=-2 \\ c-b=-3 \\ -c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ c=-2 \end{cases}$

Ainsi pour tout réel x , on a : $f(x)=(x-1)(3x^2+x-2)$

3) $x_1=-1$ est une racine évidente de $3x^2+x-2$.

$x_1 \times x_2 = -\frac{2}{3}$, donc $x_2=\frac{2}{3}$

On en déduit que pour tout réel x , $3x^2-x-2=3(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)$ et $P(x)=3x^3-6x^2-3x+6=3(x-1)(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)=(x-1)(x+1)(3x-2)$