

1ère Devoir surveillé n° 1

- Durée 1h30
- Calculatrices de lycée interdites

**Barème :**

- 1) 3 pts 2) 4 pts 3) 5 pts
4) 5 pts 5) 5 pts

Nom :

Ex 1 : Dans la liste ci-dessous, entourer les trinômes du second degré :

$$P_1(x) = 2x^2 - \frac{5}{4x} + 1$$

$$P_2(x) = (2x - 2)^2 - (2x - 5)^2$$

$$P_3(x) = (2x + 5) \left(2 - \frac{x}{2} \right)$$

$$P_4(x) = 2(x - 3)^2 + 1$$

$$P_5(x) = \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{x^4 + 1}$$

$$P_6(x) = \frac{(x^2 + x + 1)(x^2 - 2)}{x^2 - 2}$$

Ex 2 : 1) Ecrire le trinôme $Q(x) = 2x^2 + 5x + 1$ sous forme canonique :

2) En déduire les coordonnées du sommet S de la parabole représentant Q.

Ex 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{x-4}{x+1} = \frac{x-3}{2x-2}$ (E_1)

2) $4x^8 + 4x^2 + 3 = 0$ (E_2)

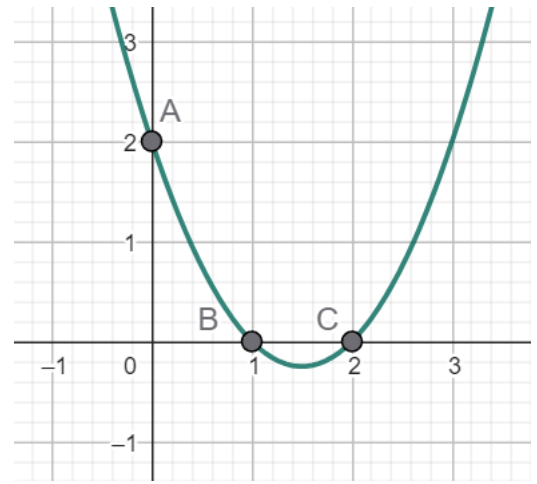
3) $(x-1)^2 = i$ où i est un réel strictement positif.

Ex 4 : On considère la parabole ci-contre passant par les points A, B et C de coordonnées entières.

1) Quel est le signe de a ?

2) Quel est le signe de Δ ?

3) Déterminer l'équation de la parabole.



Ex 5 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^4-2x^2-1$.

1) a) Pourquoi le nombre de points d'intersection entre C_f et l'axe des abscisses est forcément pair ?

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre C_f et l'axe des abscisses.

2) Déterminer le nombre de points d'intersection entre C_f et la droite d'équation $y=-1$.

Correction :

Ex 1 :

$$P_1(x) = 2x^2 - \frac{5}{4x} + 1$$

$$P_2(x) = (2x-2)^2 - (2x-5)^2$$

$$P_3(x) = (2x+5)\left(2 - \frac{x}{2}\right)$$

$$P_4(x) = 2(x-3)^2 + 1$$

$$P_5(x) = \frac{(x^4+1)(x^2-1)}{x^4+1}$$

$$P_6(x) = \frac{(x^2+x+1)(x^2-2)}{x^2-2}$$

$$\text{Ex 2 : 1) } Q(x) = 2x^2 + 5x + 1 = 2\left(x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}\right) = 2\left(\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} + \frac{1}{2}\right) = 2\left(\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{17}{16}\right) = 2\left(x + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{17}{8}$$

$$2) \quad S\left(-\frac{5}{4}; -\frac{17}{8}\right)$$

Ex 3 :

1) Pour tout $x \neq -1$ et $x \neq 1$, on a :

$$\begin{aligned} \frac{x-4}{x+1} = \frac{x-3}{2x-2} &\Leftrightarrow (x-4)(2x-2) = (x-3)(x+1) \\ &\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 8x + 8 = x^2 + x - 3x - 3 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 8x + 11 = 0 \quad (E'_1) \end{aligned}$$

$$\Delta = 20 \quad x_1 = \frac{8+\sqrt{20}}{2} = 4+\sqrt{5} \quad \text{et} \quad x_2 = 4-\sqrt{5}$$

x_1 et x_2 sont différentes des 1 et de -1.

$$\text{Ainsi } S = \{4-\sqrt{5}; 4+\sqrt{5}\}$$

$$2) \quad 4x^8 + 4x^2 + 3 = 0 \quad (E_2)$$

On obtient $4x^8 + 4x^2 = -3$

Ce qui est impossible étant donné que $4x^8 + 4x^2 \geq 0$

$$\begin{aligned} 3) \quad (x-1)^2 = i &\Leftrightarrow x-1 = \sqrt{i} \quad \text{ou} \quad x-1 = -\sqrt{i} \\ &\Leftrightarrow x = 1+\sqrt{i} \quad \text{ou} \quad x = 1-\sqrt{i} \end{aligned}$$

PAS DE COMPLEXE ICI !

Ex 4 : Fiche d'exercices

$$1) \quad a > 0 \quad 2) \quad \Delta > 0$$

3) On a $P(1)=0$ et $P(2)=0$, donc le trinôme admet une forme factorisée du type :

$$P(x) = a(x-1)(x-2)$$

De plus $P(0)=2$

$$\Rightarrow 2 = a \times (-1) \times (-2)$$

$$\Rightarrow a = 1$$

On obtient donc $P(x) = (x-1)(x-2)$

Ex 5 :

1) a) Car la fonction est paire et $f(0) \neq 0$.

La courbe est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et ne passe pas par l'origine du repère.

$$b) \quad \text{Nous devons résoudre : } x^4 - 2x^2 - 1 = 0 \quad (E)$$

On pose $X = x^2$

On est amené à résoudre $X^2 - 2X - 1 = 0 \quad (E')$

$$\Delta = 8 \quad \text{et} \quad X_1 = \frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2} \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$$

L'équation $x^2 = 1-\sqrt{2}$ n'a pas de solutions car $1-\sqrt{2} < 0$.

Les solutions de (E) sont donc les solutions de l'équation :

$$x^2 = 1+\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{1+\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{1+\sqrt{2}}$$

C_f coupe donc l'axe des abscisses en deux points, de coordonnées $(\sqrt{1+\sqrt{2}}, 0)$ et $(-\sqrt{1+\sqrt{2}}, 0)$

$$2) \quad \text{Nous devons résoudre : } x^4 - 2x^2 - 1 = -1 \quad (E)$$

$$x^4 - 2x^2 - 1 = -1 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 = 2 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{2}$$

Il y a donc trois points d'intersection.