1ère **Devoir surveillé n ° 5**

- Durée 1h30
- Calculatrices de lycée autorisées

Barème : **1)** 3 pts **2)** 5 pts **3)** 4,5 pts **4)** 3 pts **5)** 4,5 pts	**Nom :**

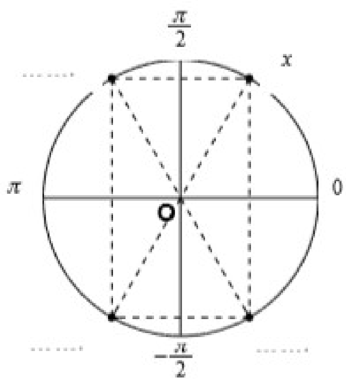
Ex 1 : Indiquer, en justifiant la réponse, si les deux réels ont le même point-image sur le cercle trigonométrique.

1) $-\frac{18\pi}{5}$ et $\frac{22\pi}{5}$

2) 9,98 et 3,7

Ex 2 : 1) a) Compléter les pointillés avec : $\pi+x$, $\pi-x$ et $-x$

b) En utilisant les propriétés des symétries, en déduire :

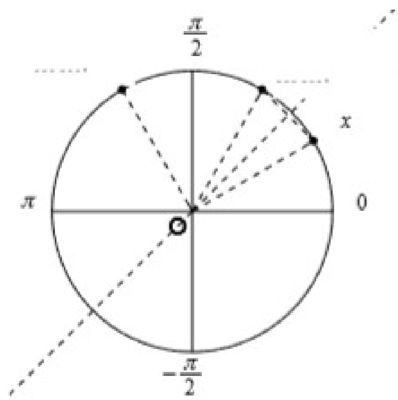


$\cos(\pi+x) =$ $\cos(\pi-x)=$

$\sin(\pi+x) =$ $\sin(\pi-x)=$

2) a) Compléter les pointillés avec : $\frac{\pi}{2}-x$ et $\frac{\pi}{2}+x$

b) En utilisant les propriétés des symétries, en déduire :



$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=$

3) Simplifier les expressions suivantes :

a) $A = 2\cos(x-3\pi)+2\cos(\pi-x)+4\cos(-x)$

b) $B = -\cos(\pi-x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sin\left(\frac{-25\pi}{2}-x\right)$

<u>Ex 3 :</u> f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{\cos(2x)\sin(x)}{3x}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f

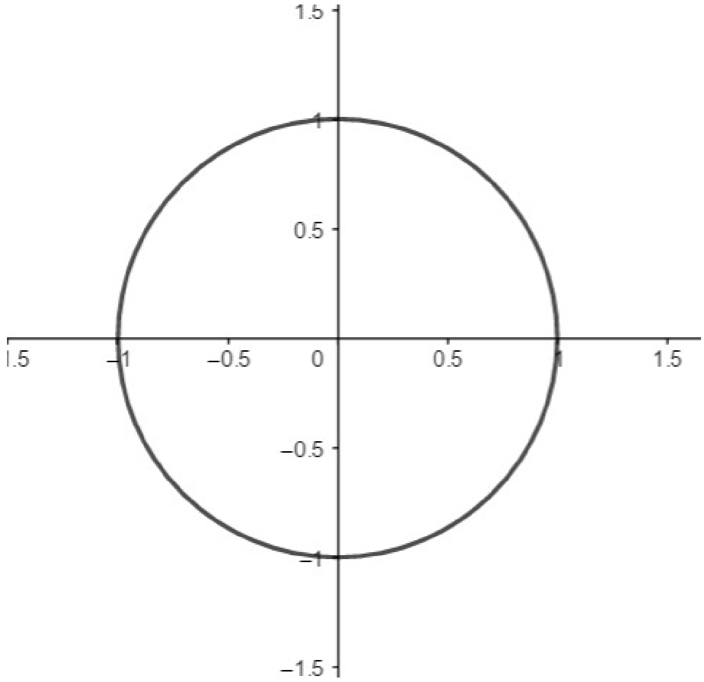
2) Étudier la parité de f .

3) Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de f dans un repère ?

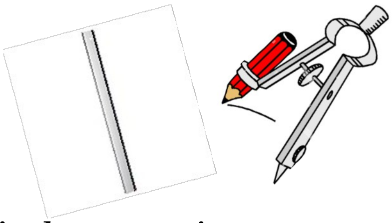
4) Conjecturer avec la calculatrice la périodicité de f .

Ex 4 : Placer sur le cercle trigonométrique les points ci-dessous correspondants, après enroulement autour du cercle trigonométrique, aux abscisses suivantes de la droite numérique :

points	A	B	C	D	E	F
abscisses	$-\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{10\pi}{3}$	$-(10^7+1)\pi$	$\frac{17\pi}{4}$



A faire à la règle non graduée et au compas



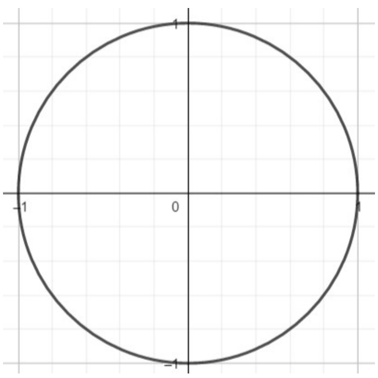
Laisser les traits de construction

Ex 5 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous :

a) $\cos(x)(1-\sin^2 x)+2=2((\cos^2 x+\sin^2 x))^3$

b) $1+2\sin(x)=0$

2) Représenter sur le cercle trigonométrique, l'ensemble de tous les points associés à α , puis utiliser la représentation pour résoudre l'inéquation proposée dans l'intervalle donné. $\sin(\alpha)<-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\alpha\in\left]\frac{-\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$



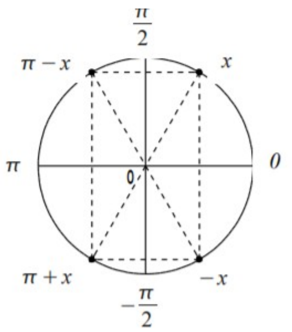
Correction :

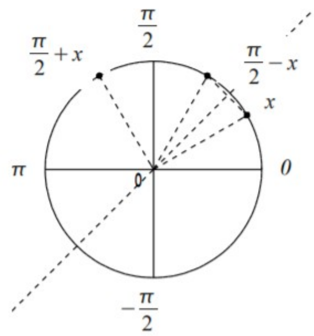
Ex 1 :

1) $-\frac{18\pi}{5}$ et $\frac{22\pi}{5}$ $-\frac{18\pi}{5}-\frac{22\pi}{5}=-\frac{40\pi}{5}$ =-8 π =- $4\times2\pi$: OUI	2) 9,98 et 3,7 9,98-3,7=6,28 ce qui est presque 2 π , mais pas 2 π :NON

Ex 2 :

1) b)





$\cos(\pi+x)=-\cos x$ $\qquad$ $\cos(\pi-x)=-\cos x$

$\sin(\pi+x)=-\sin x$ $\qquad$ $\sin(\pi-x)=\sin x$

2) b) En utilisant les propriétés des symétries, en déduire

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$

3) a) $$\begin{aligned} A&=2\cos(x-3\pi)+2\cos(\pi-x)+4\cos(-x)\\ &=2\cos(\pi-x)-2\cos(x)+4\cos(x)\\ &=-2\cos(x)-2\cos(x)+4\cos(x)\end{aligned}$$

$=0$

b) $$\begin{aligned} B&=-\cos(\pi-x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sin\left(\frac{-25\pi}{2}-x\right)\\ &=\cos(x)-\cos(x)+\sin\left(\frac{25\pi}{2}+x\right)\\ &=\cos(x)-\cos(x)+\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\\ &=\cos(x)-\cos(x)+\cos(x)\\ &=\cos(x)\end{aligned}$$

Ex 3 :

1) $D_f=\mathbb{R}^*$

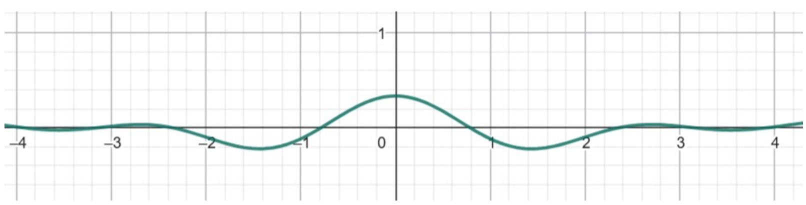
2) Pour tout $x\in\mathbb{R}^*$, on a :

$$f(-x)=\frac{\cos(-2x)\sin(-x)}{3(-x)}=\frac{\cos(2x)(-\sin(x))}{(-3x)}=\frac{\cos(2x)\sin(x)}{3x}=f(x)$$

La fonction f est donc paire.

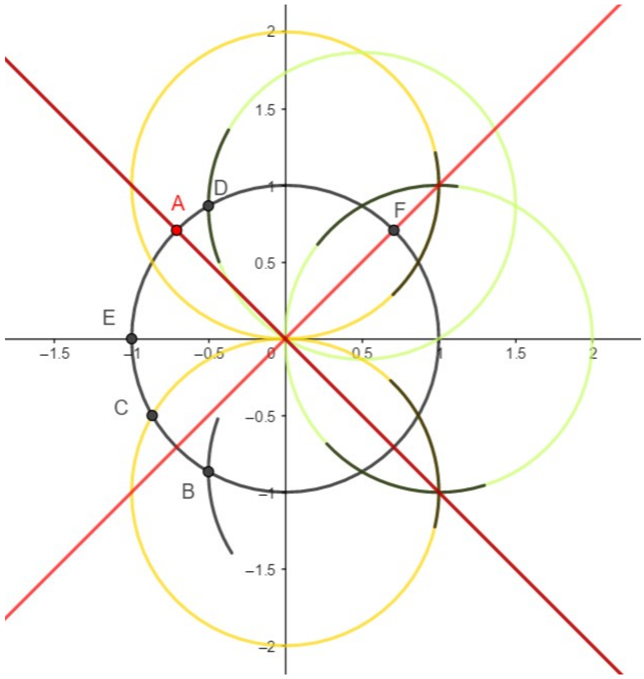
3) La courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

4) La fonction semble clairement non périodique.



Ex 4 :

points	A	B	C	D	E	F
abscisses	$-\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{10\pi}{3}$	$-(10^7+1)\pi$	$\frac{17\pi}{4}$



Ex 5 : 1)

a) $\cos(x)(1-\sin^2 x)+2=2((\cos^2 x+\sin^2 x))^3$

$\Leftrightarrow \quad \cos(x)\cos^2 x+2=2$

$\Leftrightarrow \quad \cos^3 x=0$

$\Leftrightarrow \quad \cos(x)=0$

$\Leftrightarrow \quad x=\frac{\pi}{2}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

b) $1+2\sin(x)=0$

$\Leftrightarrow \quad \sin x=-\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \quad \sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \quad x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $x=\pi+\frac{\pi}{6}+2k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow \quad x=-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ou $x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

2) Sur $\left]\frac{-\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$, $\sin(\alpha)<-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha\in\left]\frac{-\pi}{2};\frac{-\pi}{3}\right[\cup\left]\frac{4\pi}{3};\frac{3\pi}{2}\right]$ (en utilisant la représentation avec le cercle …)