1èreS **Devoir Surveillé n ° 8**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème : 1) *6 pts* **2)** *2 pts* **3)** *2 pts* **4)** *3 pts* **5)** *4 pts* **6)** *3 pts*	**Nom :**

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . Les exercices précédés d'un étoile * sont à faire sur cette feuille . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

GÉNÉRALITÉS SUR LES SUITES

Ex 1 :

Dans chacun des cas, déterminer u_0 ou u_1 (si la suite n'est définie que pour $n>0$)et exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

a) $u_n=4\times 3^{n-3}$ **b)** $u_n=1\times 2\times 3\times \ldots \times n$ **c)** $u_n=2n-3$

Ex 2 : Soit (u_n) la suite définie par $u_n=\dfrac{3+\sin n}{4-\sin n}$. Indiquer si la suite est minorée, majorée ou bornée.

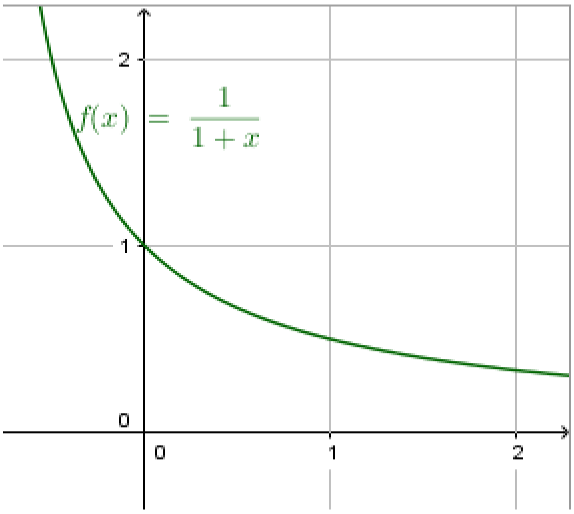
Ex 3 : Utilisation de la calculatrice

Soit (u_n) la suite définie par $u_0=4$ et $u_{n+1}=5n^2+(-1)^n\times u_n$. Déterminer u_{50}

*** Ex 4 :**

Représenter graphiquement les 6 premiers termes de la suite (u_n)

définie par $\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{1}{u_n+1} \\ u_0=2 \end{cases}$



Ex 5 :

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par

$u_n=n\times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

Ex 6 :

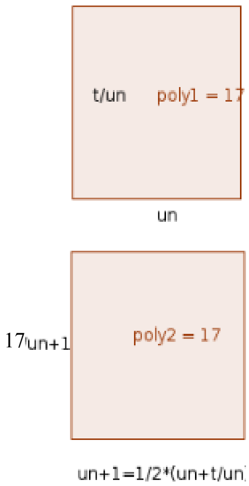
On considère un rectangle d'aire 17 et dont les côtés mesurent u_0 et $\dfrac{17}{u_0}$.

On prend ici pour u_0 la partie entière de $\sqrt{17}$. Pour prendre ce rectangle « un peu plus carré », on construit le rectangle de même aire ayant pour longueur d'un côté u_1 , égale à la moyenne des deux mesures du rectangle précédent : $u_1=\dfrac{1}{2}\left(u_0+\dfrac{17}{u_0}\right)$

En réitérant indéfiniment l'opération, on construit la suite (u_n) de longueurs de rectangles définie par $u_0=4$ et $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(u_n+\dfrac{17}{u_n}\right)$ qui va tendre vers $\sqrt{17}$ c'est à dire vers la longueur du côté du carré d'aire 17.

Compléter l'algorithme ci-dessous qui donne une valeur approché de $\sqrt{x}$ avec une précision p telle que $|u_n-\sqrt{x}|\leqslant p$.

```
VARIABLES
  u EST_DU_TYPE LISTE
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  p EST_DU_TYPE NOMBRE
  x EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  AFFICHER "Valeurs approchée de racine de "
  LIRE x
  ………………  PREND_LA_VALEUR floor(sqrt(x))
  n PREND_LA_VALEUR 0
  LIRE p
  TANT_QUE (……………………………………………) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    u[n+1] PREND_LA_VALEUR ………………………
    n PREND_LA_VALEUR n+1
    FIN_TANT_QUE
  AFFICHER "u["
  AFFICHER n
  AFFICHER "]="
  AFFICHER u[n]
FIN_ALGORITHME
```



Correction

Ex 1 :

Dans chacun des cas, déterminer u_0 ou u_1 (si la suite n'est définie que pour $n>0$) et exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

a) $u_n=4\times 3^{n-3}$

$u_0=\frac{4}{3^3}=\frac{4}{27}$
$\forall\, n\in\mathbb{N},\ u_{n+1}=4\times 3^{n-2}=3\times 4\times 3^{n-3}=3\times u_n$

b) $u_n=1\times 2\times 3\times\ldots\times n$
$u_1=1$
$\forall\, n\in\mathbb{N}^*,\ u_{n+1}=(n+1)\,u_n$

c) $u_n=2\,n-3$

$u_0=-3$
$\forall\, n\in\mathbb{N},\ u_{n+1}-u_n=2\,(n+1)-3-2\,n+3=2\,n+2-3-2\,n+3=2$
Ainsi $u_{n+1}=u_n+2$

Ex 2 : Soit (u_n) la suite définie par $u_n=\frac{3+\sin n}{4-\sin n}$. Indiquer si la suite est minorée, majorée ou bornée.
Pour tout $n\in\mathbb{N}$:

$2\leqslant 3+\sin n\leqslant 4$ (a) et $3\leqslant 4-\sin n\leqslant 5$ donc $\frac{1}{5}\leqslant\frac{1}{4-\sin n}\leqslant\frac{1}{3}$ (b)
Par multiplication membre à membre des inégalités positives (a) et (b), on obtient : $\frac{2}{5}\leqslant u_n\leqslant\frac{4}{3}$

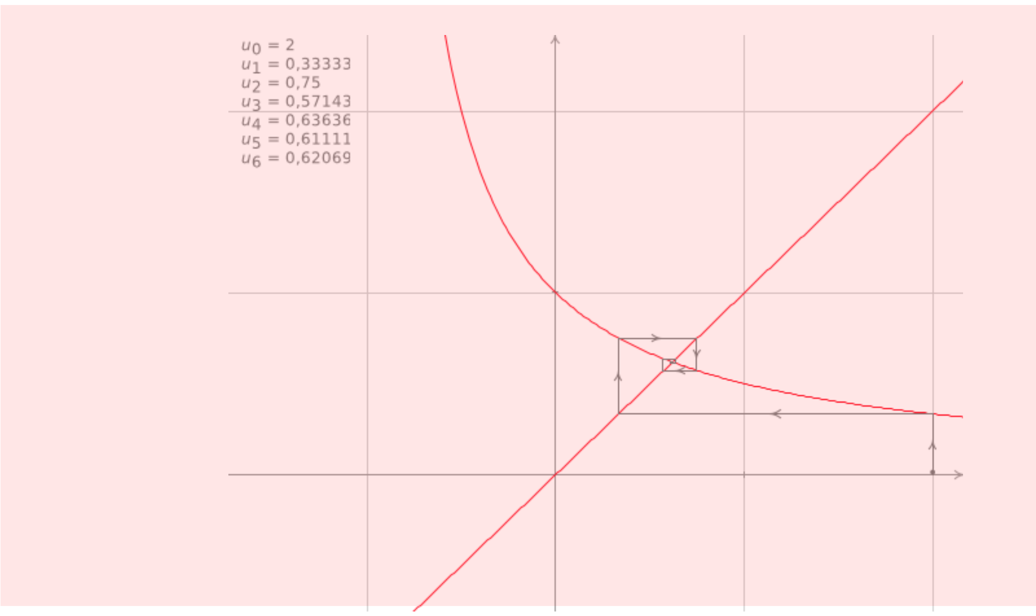
Ex 3 : Utilisation de la calculatrice

Soit (u_n) la suite définie par $u_0=4$ et $u_{n+1}=5\,n^2+(-1)^n\times u_n$
Déterminer u_{50}

Avec la calculatrice on trouve : $u_{50}=241$

Ex 4 :

Représenter graphiquement les 6 premiers termes de la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1}=\dfrac{1}{u_n+1} \\ u_0=2 \end{cases}$



Ex 5 :

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par $u_n = n \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\forall\, n \in \mathbb{N},\ u_n > 0$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1) \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{n \times \left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{n+1}{n} \times \frac{1}{2} = \frac{n+1}{2\,n}$$

Pour $n \geqslant 1$, on a $n+n \geqslant n+1 \Leftrightarrow 2\,n \geqslant n+1 \Leftrightarrow \frac{n+1}{2\,n} \leqslant 1$ (car $2\,n > 0$)

On en déduit que pour $n \geqslant 1$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leqslant 1 \quad \Leftrightarrow \quad u_{n+1} \leqslant u_n$ car ($u_n > 0$)

D'autre part $u_0 = 0$ et $u_1 = \frac{1}{2}$

On en déduit que (u_n) est décroissante à partir de $n = 1$.

Ex 6 :

http://pierrelux.net/documents/cours/1S_2011/analyse/suites_generalites/suites_algo29_b.htm