1S08 et S10
- Durée 1 h
- Une seule calculatrice autorisée

DS N°3	**Nom :** **Prénom :** **Classe :**

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Exercice n° 1 : (sur 2 points)

Dans chacun des cas suivants, donner, sans justifier, l'ensemble de définition de la fonction f définie par :

1. $f(x)=(2x+1)^2$.
2. $f(x)=\sqrt{2x+1}$.
3. $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$.
4. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$.

Exercice n° 2 : (sur 3 points)

Voici les variations d'une fonction u sur l'intervalle [-5 ; 1]:

x	-5		-1		1
u	0	↘	-3	↗	-2

1. Dresser le tableau de variations de la fonction : $f=\dfrac{1}{u}$.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction : $g=-0{,}5\times u+25$.

Exercice n°3 : (sur 4 points)

1. Question de cours : Démontrer que la fonction racine carré est strictement croissante sur [0; +∞[.
2. Etudier les variations de $f : f(x)=\dfrac{-3}{2\sqrt{x}+4}$ sur l'intervalle [0 ; +∞[.

Exercice n°4 : (sur 6 points)

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x)=|x-4|-|2x-6|$.

1. a) Ecrire, suivant les valeurs de x, $|x-4|$ sans valeur absolue.
   b) Ecrire, suivant les valeurs de x, $|2x-6|$ sans valeur absolue.
   c) En déduire, suivant les valeurs de x, l'expression de $f(x)$.
2. Dresser le tableau de variations de f.
3. Résoudre dans ℝ l'équation $f(x)=0$.

Exercice 5 : (sur 5 points)

Partie A

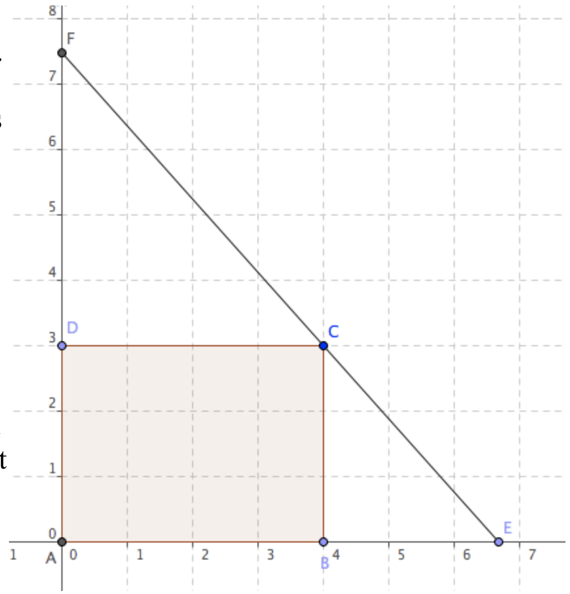
On considère la fonction f définie sur]4 ; + ∞ [par $f(x)=\dfrac{3x}{x-4}$.

1. Montrer que pour tout $x \in$]4 ; + ∞ [, $f(x)=3+\dfrac{12}{x-4}$.
2. Déterminer le sens de variation de f sur]4 ; +∞[.
3. Résoudre l'équation $f(x)=6$.

Partie B : application géométrique

La figure ci-contre représente un garage ABCD accolé à une maison par son mur [AD].
Le propriétaire de la maison veut recouvrir le garage d'un toit en pente [EF] afin de créer des rangements supplémentaires.
Il se demande comment positionner ce toit.
Les dimensions du garage sont
AB = 4 m et AD = 3 m.
On pose AE = x.

1. Montrer que $\text{AF}=f(x)$.
2. Pour des raisons esthétiques, le propriétaire veut que la hauteur AF soit égale à 6. A quelle distance BE du pied B du garage peut-il placer son toit en pente ?



DS n°3. Corrigé. 108, 110.

Exercice n° 1 :

$f(x)=(2x+1)^2$ $D_f=\mathbb{R}$

$f(x)=\sqrt{2x+1}$ $D_f=[\frac{-1}{2};+\infty[$

$f(x)=\frac{1}{2x+1}$ $D_f=\mathbb{R}\setminus\{\frac{-1}{2}\}$

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ $D_f=]\frac{-1}{2};+\infty[$

Exercice n° 2 :

x	-5		-1		1
f	$\|$	↗	$-\frac{1}{3}$	↘	$-\frac{1}{2}$

x	-5		-1		1
g	25	↗	26,5	↘	26

Exercice n°3 :

1. Question de cours.
2. Soit $f : f(x)=\frac{-3}{2\sqrt{x}+4}$ définie sur l'intervalle [0 ; +∞[.

   Soit a, b $\in$ $[0\,;+\infty[$ tels que $a<b$. On a alors : $0<a<b$.

   Comme la fonction racine carré est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$, on a

   $0<\sqrt{a}<\sqrt{b} \Rightarrow 0<2\sqrt{a}<2\sqrt{b} \Rightarrow 4<2\sqrt{a}+4<2\sqrt{b}+4$

   Comme la fonction inverse est strictement décroissante sur $[4\,;+\infty[$, on a

   $\frac{1}{4}>\frac{1}{2\sqrt{a}+4}>\frac{1}{2\sqrt{b}+4} \Rightarrow \frac{-3}{4}<\frac{-3}{2\sqrt{a}+4}<\frac{-3}{2\sqrt{b}+4}$ et on a donc

   $f(a)<f(b)$

   Ainsi f est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Exercice n°4 :

1. a) Si $x\geqslant 4$ alors $|x-4|=x-4$ et si $x<4$ alors $|x-4|=-x+4$

   b) Si $x\geqslant 3$ alors $|2x-6|=2x-6$ et si $x<3$ alors $|2x-6|=-2x+6$

   c) On distingue 3 cas:

   si $x\geqslant 4$, alors $f(x)=x-4-(2x-6)=x-4-2x+6=-x+2$;

   si $3\leqslant x<4$ alors $f(x)=-x+4-(2x-6)=-x+4-2x+6=-3x+10$;

   si $x<3$ alors $f(x)=-x+4-(-2x+6)=-x+4+2x-6=x-2$.

   On a donc : $f(x)=\begin{cases}-x+2 & si\ x\geqslant 4\\ -3x+10 & si\ 3\leqslant x<4\\ x-2 & si\ x<3\end{cases}$.
2. Tableau de variations de f:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		↗	1	↘	

3. Pour résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$, on distingue 3 cas:

Pour $x\geqslant 4$	Pour $3\leqslant x<4$	Pour $x\leqslant 3$
$-x+2=0 \Leftrightarrow x=2$ 2 n'est pas solution de l'équation.	$-3x+10=0 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$ On a bien $3\leqslant\frac{10}{3}<4$ donc $\frac{10}{3}$ est solution de l'équation.	$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ On a bien $2\leqslant 3$ donc 2 est solution de l'équation.

Finalement, $S=\left\{2\,;\frac{10}{3}\right\}$.

Exercice 5 :

Partie A : étude préliminaire

1. Soit $x\in]-4;+\infty[$.

   $3+\frac{12}{x-4}=\frac{3(x-4)+12}{x-4}=\frac{3x-12+12}{x-4}=\frac{3x}{x-4}=f(x)$.

   On a bien l'égalité souhaitée.
2. Pour tout $x\in D_f$, $f(x)=3+\frac{12}{x-4}$. Or $u:u(x)=x-4$ est croissante sur $]-4\,;+\infty[$, par inverse, $v:v(x)=\frac{1}{x-4}$ est décroissante sur D_f . comme $12>0$, $w:w(x)=\frac{12}{x-4}$ est décroissante sur D_f et comme additionner 3 à une fonction ne change pas les variations, f est décroissante sur D_f .
3. $f(x)=6 \Leftrightarrow 3+\frac{12}{x-4}=6 \Leftrightarrow \frac{12}{x-4}=3 \Leftrightarrow 12=3x-12$

   $f(x)=6 \Leftrightarrow 3x=24 \Leftrightarrow x=8$. S={8}.

Partie B : application géométrique

1. Dans le triangle AEF, on a : D ∈ [AF], C ∈ [FE], (DC)//(AE).

   D'après le théorème de Thalès, $\frac{DC}{AE}=\frac{FD}{FA}=\frac{FC}{FE}$, soit $\frac{4}{x}=\frac{AF-3}{AF}$.

   $x(AF-3)=4AF$, $(x-4)AF=3x$, $AF=\frac{3x}{x-4}$.
2. D'après la partie A, on a donc $x=8$, il peut placer son toit en pente à une distance de 4 m du pied du garage.