

2nde sujet A Pique-nique n°5

- Durée 1 h

- Calculatrices autorisées

Barème :

1) 3 pts 2) 3 pts 3) 3 pts 4) 6 pts

5) 6 pts (1 point en cadeau)

Nom :



Répondre sur cette feuille

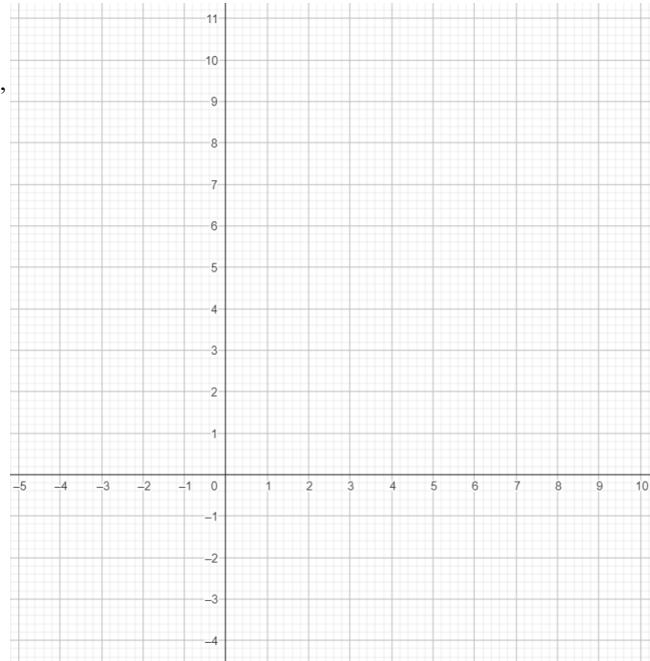
Ex 1 : Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(x;2)$, $B\left(\frac{7}{2};y\right)$ et $K\left(-\frac{17}{2};\frac{15}{2}\right)$

Déterminer x et y tels que K soit le milieu du segment $[AB]$.

Ex 2 : Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(4;11)$, $B(-2;-1)$, $C(-1;5)$ et $D(-3;-2)$. On note I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.

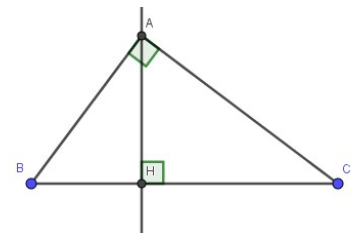
1) Placer tous les points sur le graphique ci-contre et tracer la médiatrice de $[IJ]$.

2) Le point $E(8;-4)$ appartient-il à la médiatrice du segment $[IJ]$?



Ex 3 : Soit ABC un triangle rectangle en A tel $AC=34$ cm et $BC=59$ cm.

1) Déterminer $d(C,AB)$, la distance de C à la droite (AB) et montrer que $d(B,AC)$, la distance de B à la droite (AC) est égale à $5\sqrt{93}$



2) Déterminer la valeur exacte de l'aire de ABC.

3) En déduire $d(A,BC)$, la distance de A à la droite (BC)

Ex 4 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $\sqrt{2}x + \frac{5}{2} = \sqrt{8}x + \frac{3}{2}$

2) $\frac{x-3}{x} = \frac{2}{5}$

3) $2x(x-2) = -5(x-2)$

4) $(x-7)^2 = 75$

Ex 5 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $x(2x-7) \leq 2x(x+6)$

2) $(x+\sqrt{3})(8-x) < 0$

3) $\frac{2x-5}{x-13} < 0$

4) a) Compléter le programme ci-dessous qui donne tous les entiers positifs compris entre 0 et 100 solutions de l'inéquation $\frac{2x-5}{x-13} < 0$.

```
for i in range(0, ... ):
    if ..... and ..... < 0:
        print(i)
```



b) Donner les entiers que ce programme affiche.

Correction :

Ex 1 : On a :
$$\begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_K = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{2} = \frac{x + \frac{7}{2}}{2} \\ \frac{15}{2} = \frac{2 + y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -17 = \frac{7}{2} + x \\ 15 = 2 + y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{41}{2} \\ y = 13 \end{cases}$$

Ex 2 : On a I(1;5) et J(-2; $\frac{3}{2}$)

$$EI = \sqrt{(x_E - x_I)^2 + (y_E - y_I)^2} = \sqrt{(8-1)^2 + (-4-5)^2} = \sqrt{49+81} = \sqrt{130}$$

et

$$EJ = \sqrt{(x_E - x_J)^2 + (y_E - y_J)^2} = \sqrt{(8+2)^2 + (-4-\frac{3}{2})^2} = \sqrt{100 + (\frac{-11}{2})^2} = \sqrt{100 + \frac{121}{4}} = \sqrt{\frac{521}{4}} = \sqrt{130,25}$$

Ainsi $EI \neq EJ$ et E n'appartient pas à la médiatrice de [IJ]

Ex 3 :

1) $d(C, AB) = AC = 34$ cm

ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Donc $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 59^2 - 34^2 = 3481 - 1156 = 2325$

Ainsi $d(B, AC) = AB = \sqrt{2325} = 5\sqrt{93}$ cm

2) $A_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{5\sqrt{93} \times 34}{2} = 5\sqrt{93} \times 17 = 85\sqrt{93}$ cm²

3) On a $d(A, BC) = AH$.

On a aussi : $A_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{AH \times 59}{2} = \frac{59}{2} AH$

Il en résulte que :

$$\frac{59}{2} AH = 85\sqrt{93} \text{ et donc } AH = \frac{2}{59} \times 85\sqrt{93} = \frac{170}{59}\sqrt{93} \text{ cm}$$

Ex 4 :

1) $\sqrt{2}x + \frac{5}{2} = \sqrt{8}x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}x - \sqrt{8}x = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}x - 2\sqrt{2}x = -1 \Leftrightarrow -\sqrt{2}x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Donc $S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

2) Pour $x \neq 0$,

$$\frac{x-3}{x} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow 2x = 5(x-3) \Leftrightarrow 2x = 5x - 15 \Leftrightarrow -3x = -15 \Leftrightarrow x = 5$$

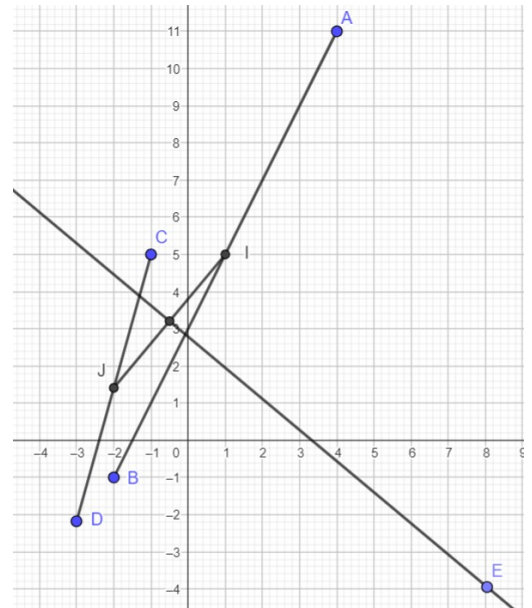
Donc $S = \{5\}$

3) $2x(x-2) = -5(x-2) \Leftrightarrow 2x(x-2) + 5(x-2) = 0$
 $\Leftrightarrow (2x+5)(x-2) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x+5=0$ ou $x-2=0$
 $\Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$ ou $x = 2$

Donc $S = \left\{ -\frac{5}{2}; 2 \right\}$

4) $(x-7)^2 = 75 \Leftrightarrow x-7 = -\sqrt{75}$ ou $x-7 = \sqrt{75}$
 $\Leftrightarrow x = 7 - 5\sqrt{3}$ ou $x = 7 + 5\sqrt{3}$

Donc $S = \{7 - 5\sqrt{3}; 7 + 5\sqrt{3}\}$



Ex 5 :

$$1) x(2x-7) \leq 2x(x+6) \Leftrightarrow 2x^2 - 7x \leq 2x^2 + 12x \Leftrightarrow -7x \leq 12x \Leftrightarrow 0 \leq 19x \Leftrightarrow 0 \leq x$$

$$S = \mathbb{R}^+$$

2)

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	8	$+\infty$
$x+\sqrt{3}$	-	0	+	+
$8-x$	+	+	0	-
$(x+\sqrt{3})(8-x)$	-	0	+	0

$$\text{Donc } S =]-\infty; -\sqrt{3}[\cup]8; +\infty[$$

3)

x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	13	$+\infty$
$2x-5$	-	0	+	+
$x-13$	-	-	0	+
$\frac{2x-5}{x-13}$	+	0	-	+

$$\text{Ainsi } S = \left] \frac{5}{2}; 13 \right[$$

4) a) Compléter le programme ci-dessous qui donne tous les entiers positifs compris entre 0 et 100 solutions de l'inéquation $\frac{2x-5}{x-13} < 0$.

1	for i in range(0,101):
2	if (i!=13) and (2*i-5)/(i-13)<0:
3	print(i)

b) 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12