

2nde Devoir surveillé n° 2 - sujet A

- Durée 1 h
- Calculatrices INTERDITES

Barème :

- 1) 4 pts 2) 5 pts 3) 1 pts 4) 3 pts
5) 4 pts 6) 1 pts 7) 2 pts

Nom :

Commentaires : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. **La présentation et le détail des calculs sont importants.** Soyez propre et clair. Bon courage ...

Ex 1 : Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A = x^2(x+6) + 8(x-7)$$

$$B = a + 2(a-5) - 5a(3-2a)$$

$$C = (11x-8y)(11x+8y)$$

$$D = (\sqrt{7}-a)^2$$

Ex 2 : Factoriser les expressions suivantes :

$$E = 8x(2x-1) + 2x(x-3)$$

$$F = 49a^4b^2 - 28a^2b^7$$

$$G = (7x-11)(x-2) + (11-7x)x$$

$$H = 2x^2 - 12x + 18$$

$$I = (x^2 - y)^2 - (2x^2 + 3y)^2$$

Ex 3 : Écrire sous forme irréductible le nombre suivant

$$J = \frac{\frac{3}{5} + \frac{7}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{5}{7}}$$

Ex 4 : Simplifier au maximum chaque expression :

$$H(x) = \frac{8x^2(2x-1)}{2x(8x^2-16x)} \quad (x \neq 0 \text{ et } x \neq 2)$$

$$K(x) = \frac{(x-5)(12x+15)}{3(x-5)^2} \quad (x \neq 5)$$

$$L(x) = \frac{\frac{(x+2)^2}{(2x-4)^4}}{\frac{(x+2)^3}{2x-4}} \quad (x \neq 2 \text{ et } x \neq -2)$$

Ex 5 : Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{Z}$.

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme a^k ($k \in \mathbb{Z}$)

1) $(a^{2n+2})^4$

2) $\frac{a^{4n}}{(a^2)^{2n}}$

3) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-2n} \times a^{-2}$

4) $\frac{(a \times a^{-n})^3}{a^{-2n}}$

Ex 6 : Écrire le nombre ci-dessous sous la forme $a\sqrt[b]{b}$ où b est le plus petit entier possible.

$$7\sqrt{162} + 3\sqrt{242} - 5\sqrt{200}$$

Ex 7 : Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :

1) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{7}}$

2) $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{8+\sqrt{7}}}$

Correction :

Ex 1 : Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A = x^2(x+6) + 8(x-7) = x^3 + 6x^2 + 8x - 56 = x^3 + 6x^2 + 8x - 56$$

$$B = a + 2(a-5) - 5a(3-2a) = a + 2a - 10 - 15a + 10a^2 = 10a^2 - 12a - 10$$

$$C = (11x-8y)(11x+8y) = (11x)^2 - (8y)^2 = 121x^2 - 64y^2$$

$$D = (\sqrt{7}-a)^2 = 7 - 2\sqrt{7}a + a^2 = a^2 - 2\sqrt{7}a + 7$$

Ex 2 : Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} E &= 8x(2x-1) + 2x(x-3) \\ E &= 2x(4(2x-1) + (x-3)) = 2x(8x-4+x-3) = 2x(9x-7) \end{aligned}$$

$$F = 49a^4b^2 - 28a^2b^7 = 7a^2b^2(7a^2 - 4b^5)$$

$$\begin{aligned} G &= (7x-11)(x-2) + (11-7x)x \\ &= (7x-11)(x-2) - (7x-11)x \\ &= (7x-11)(x-2-x) \\ &= -2(7x-11) \end{aligned}$$

$$H = 2x^2 - 12x + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2(x-3)^2$$

$$\begin{aligned} I &= (x^2 - y)^2 - (2x^2 + 3y)^2 \\ &= ((x^2 - y) + (2x^2 + 3y))((x^2 - y) - (2x^2 + 3y)) \\ &= (3x^2 + 2y)(-x^2 - 4y) \end{aligned}$$

Ex 3 : Écrire sous forme irréductible le nombre suivant

$$J = \frac{\frac{3}{5} + \frac{7}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{5}{7}} = \frac{\frac{9}{15} + \frac{35}{15}}{\frac{7}{21} - \frac{15}{21}} = \frac{\frac{44}{15}}{-\frac{8}{21}}$$

$$J = -\left(\frac{44}{15}\right) \times \frac{21}{8} = -\frac{4 \times 11 \times 3 \times 7}{3 \times 5 \times 4 \times 2} = -\frac{77}{10}$$

Ex 4 : Simplifier au maximum chaque expression :

$$\begin{aligned} H(x) &= \frac{8x^2(2x-1)}{2x(8x^2-16x)} \quad (x \neq 0 \text{ et } x \neq -2) \\ &= \frac{4x(2x-1)}{8x^2-16x} \\ &= \frac{4x(2x-1)}{4x(2x-4)} \\ &= \frac{2x-1}{2x-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K(x) &= \frac{(x-5)(12x+15)}{3(x-5)^2} \quad (x \neq 5) \\ &= \frac{12x+15}{3(x-5)} = \frac{4x+5}{x-5} \end{aligned}$$

$$L(x) = \frac{\frac{(x+2)^2}{(2x-4)^4}}{\frac{(x+2)^3}{2x-4}}$$

Pour $x \neq 2$ et $x \neq -2$, on a :

$$\begin{aligned} L(x) &= \frac{\frac{(x+2)^2}{(2x-4)^4}}{\frac{(x+2)^3}{2x-4}} = \frac{(x+2)^2}{(2x-4)^4} \times \frac{(2x-4)}{(x+2)^3} \\ &= \frac{1}{(2x-4)^3(x+2)} \end{aligned}$$

Ex 5 : Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{Z}$.

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme a^k ($k \in \mathbb{Z}$)

1) $(a^{2n+2})^4 = a^{8n+8}$

2) $\frac{a^{4n}}{(a^2)^{2n}} = 1$

3) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-2n} \times a^{-2} = a^{2n-2}$

4) $\frac{(a \times a^{-n})^3}{a^{-2n}} = a^{-3n+3+2n} = a^{-n+3}$

Ex 6 : Écrire le nombre ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit entier possible.

$$7\sqrt{162} + 3\sqrt{242} - 5\sqrt{200} = 63\sqrt{2} + 33\sqrt{2} - 50\sqrt{2} = 46\sqrt{2}$$

Ex 7 : Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :

1) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{91}}{7}$

2) $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{8}-\sqrt{7})}{(\sqrt{8}+\sqrt{7})(\sqrt{8}-\sqrt{7})}$
 $= \frac{\sqrt{40} - \sqrt{35} - 2\sqrt{8} + 2\sqrt{7}}{8-7}$
 $= 2\sqrt{10} - \sqrt{35} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$