

2nde Devoir n ° 2

- Durée 1 h
- Calculatrices et téléphones portables interdits



Barème : 1) 4 pts 2) 5 pts 3) 1 pts 4) 3 pts 5) 4 pts 6) 1 pts 7) 2 pts	Nom :
---	--------------

Ex 1 : Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A = x^2(x+6)+8(x-7)$

$B = a+2(a-5)-5a(3-2a)$

$C = (7x-11y)(7x+11y)$

$D = (a-2b)^2$

Ex 2 : Factoriser les expressions suivantes :

$E = 8x(2x-1)-6x(x-3)$

$F = 6x^3-13x^2-5x$

$G = (4x+7)x^2+(4x+7)(4x+1)$

$H = x^2-10x+25$

$I = (2x-2)^2-(4x+1)^2$

Ex 3 : Écrire sous forme irréductible le nombre suivant $J = \frac{\frac{7}{5} + \frac{7}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{5}{7}}$

Ex 4 : Simplifier au maximum chaque expression :

$$H(x)=\frac{3x-6}{x^2-4x+4} \quad (\text{avec } x \neq 2)$$

$$K(x)=\frac{2x^3-x^2-3x}{x^3+x} \quad (\text{avec } x \neq 0)$$

$$L(x)=\frac{\frac{(x+2)^4}{(2x-4)^2}}{\frac{(x+2)^3}{2x-4}} \quad (\text{avec } x \neq 2 \text{ et } x \neq -2)$$

Ex 5 : Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{Z}$.
Écrire les nombres ci-dessous sous la forme a^k ($k \in \mathbb{Z}$)

1) $(a^{7n+8})^7$

2) $\frac{a^n a^{3n}}{(a^2)^{2n}}$

3) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-2n} \times a^{-n}$

4) $\frac{(a \times a^{-n})^3}{a^{-3n}}$

Ex 6 : Écrire le nombre ci-dessous sous la forme $a \sqrt[b]{b}$ où b est le plus petit entier possible.

$$7\sqrt{162}+3\sqrt{242}-5\sqrt{98}$$

Ex 7 : Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :

1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}$

2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}+\sqrt{7}}$

Correction :

Ex 1 : Développer, puis réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A = x^2(x+6) + 8(x-7) = x^3 + 6x^2 + 8x - 56 = x^3 + 6x^2 + 8x - 56$$

$$B = a + 2(a-5) - 5a(3-2a) = a + 2a - 10 - 15a + 10a^2 = 10a^2 - 12a - 10$$

$$C = (7x - 11y)(7x + 11y) = (7x)^2 - (11y)^2 = 49x^2 - 121y^2$$

$$D = (a - 2b)^2 = a^2 - 2 \times a \times 2b + (2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

Ex 2 : Factoriser les expressions suivantes :

$$E = 8x(2x-1) - 6x(x-3)$$

$$E = 2x(4(2x-1) - 3(x-3)) = 2x(8x - 4 - 3x + 9) = 2x(5x + 5) = 10x(x+1)$$

$$F = 6x^3 - 13x^2 - 5x = x(6x^2 - 13x - 5)$$

$$G = (4x+7)x^2 + (4x+7)(4x+1) = (4x+7)(x^2 + 4x + 1)$$

$$H = x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$$

$$I = (2x-2)^2 - (4x+1)^2$$

$$I = (2x-2-(4x+1))(2x-2+(4x+1))$$

$$I = (2x-2-4x-1)(2x-2+4x+1)$$

$$I = (-2x-3)(6x-1)$$

Ex 3 : Écrire sous forme irréductible le nombre suivant

$$J = \frac{\frac{7}{5} + \frac{7}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{5}{7}} = \frac{\frac{21}{15} + \frac{35}{15}}{\frac{7}{21} - \frac{15}{21}} = \frac{\frac{56}{15}}{-\frac{8}{21}}$$

$$J = -\left(\frac{56}{15}\right) \times \frac{21}{8} = -\frac{8 \times 7 \times 3 \times 7}{3 \times 5 \times 8} = -\frac{49}{5}$$

Ex 4 : Simplifier au maximum chaque expression :

Pour $x \neq 2$, on a : $H(x) = \frac{3x-6}{x^2-4x+4} = \frac{3(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{3}{x-2}$

Pour $x \neq 0$, on a : $K(x) = \frac{2x^3 - x^2 - 3x}{x^3 + x} = \frac{x(2x^2 - x - 3)}{x(x^2 + 1)} = \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 + 1}$

Piège

Pour $x \neq 2$ et $x \neq -2$, on a :

$$L(x) = \frac{\frac{(x+2)^4}{(2x-4)^2}}{\frac{(x+2)^3}{2x-4}} = \frac{(x+2)^4}{(2x-4)^2} \times \frac{(2x-4)}{(x+2)^3} = \frac{x+2}{2x-4}$$

Ex 5 : Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{Z}$.

Écrire les nombres ci-dessous sous la forme a^k ($k \in \mathbb{Z}$)

1) $(a^{7n+8})^7 = a^{49n+56}$

2) $\frac{a^n a^{3n}}{(a^2)^{2n}} = 1$

3) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-2n} \times a^{-n} = a^{2n-n} = a^n$

4) $\frac{(a \times a^{-n})^3}{a^{-3n}} = \frac{a^3 \times a^{-3n}}{a^{-3n}} = a^3$

Ex 6 : Écrire le nombre ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit entier possible.

$$7\sqrt{162} + 3\sqrt{242} - 5\sqrt{98} = 63\sqrt{2} + 33\sqrt{2} - 35\sqrt{2} = 61\sqrt{2}$$

Ex 7 : Écrire les nombres ci-dessous sans racine carrée au dénominateur :

1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{55}}{11}$

2

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{8} - \sqrt{7})}{(\sqrt{8} + \sqrt{7})(\sqrt{8} - \sqrt{7})} = \frac{\sqrt{24} - \sqrt{21}}{8 - 7} = \sqrt{24} - \sqrt{21} = 2\sqrt{6} - \sqrt{21}$$