Tcomp **Pique-nique n ° 1**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème : **1)** 5 pts **2)** 5 pts 3 **)** 10 pts	**Nom :**

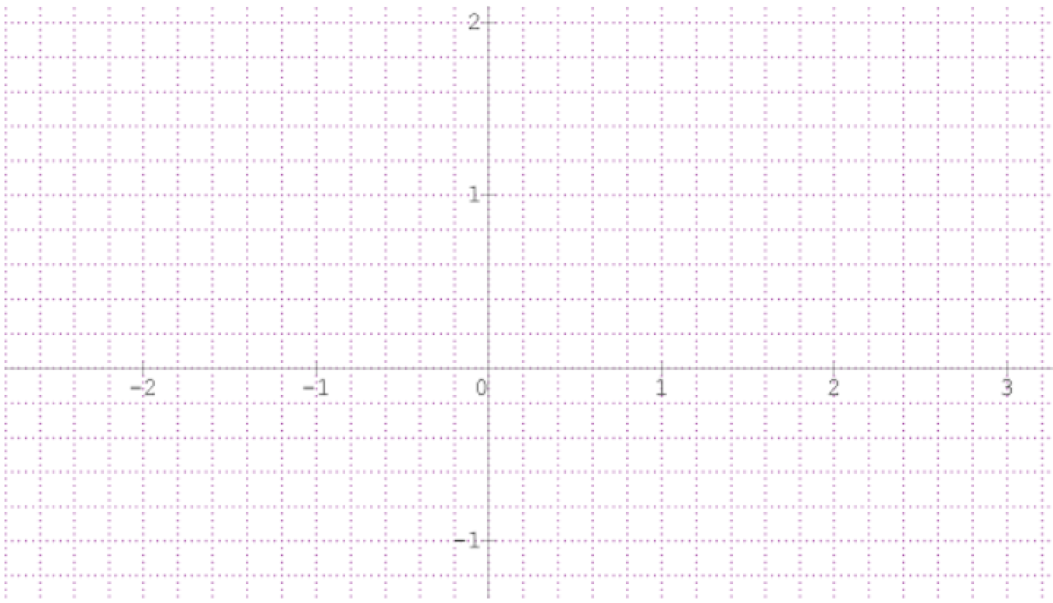
Répondre sur cette feuille

Ex 1 : Pour chacune des suites ci-dessous, cocher les bonnes réponses.

La suite (u_n) est :	géométrique	arithmétique	croissante	décroissante	Non monotone
1) $u_n=2n+3$					
2) $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=3u_n \end{cases}$					
3) $u_n=(-1)^n$					
4) $u_n=n^2$					
5) $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=u_n-2 \end{cases}$					

Ex 2 : On considère la suite (u_n) définie par $u_0=3$ et $u_{n+1}=-\frac{1}{2}u_n+1$

À l'aide de la droite $d: y=x$ et de la droite $d': y=-\frac{1}{2}x+1$, représenter les quatre premiers termes de la suite sur les axes, puis conjecturer le comportement de la suite (variations et limites éventuelles).



Ex 3 : Étudier dans chaque cas la convergence de la suite (u_n) .

1) $u_n=\frac{-n^5}{5}+\frac{n^2}{4}-e$

2) $u_n=\frac{n^2-3n+1}{2n^2+4}$

3) $u_n=\frac{5\cos(n)}{n^2}$

4) $u_n=5(-1)^n+n^2$

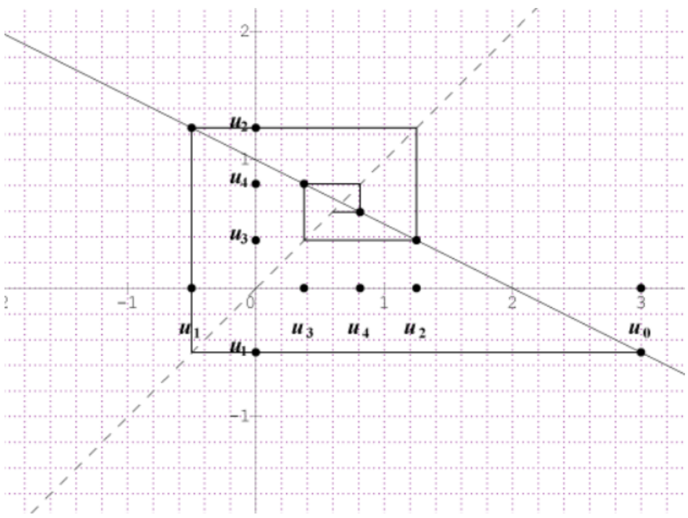
5) $u_n=\left(-\frac{8}{9}\right)^n+\left(\frac{17}{18}\right)^n$

Correction :

Ex 1 :

La suite (u_n) est :	géométrique	arithmétique	croissante	décroissante	Non monotone
1) $u_n=2n+3$		x	x		
2) $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=3u_n \end{cases}$	x		x		
3) $u_n=(-1)^n$	x				x
4) $u_n=n^2$			x		
5) $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=u_n-2 \end{cases}$		x		x	

Ex 2 :



La suite n'est ni croissante, ni décroissante.
La suite semble tendre vers l'abscisse du point d'intersection des deux droites .

Ex 3 :

1) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n=n^5\left(\frac{-1}{5}+\frac{1}{4n^3}-\frac{e}{n^5}\right)$

$\lim\limits_{n\to+\infty} n^5=+\infty$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{-1}{5}+\frac{1}{4n^3}-\frac{e}{n^5}\right)=\frac{-1}{5}$ (par somme)

Par produit, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$

2) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n=\frac{n^2-3n+1}{2n^2+4}=\frac{n^2\left(1-\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}\right)}{n^2\left(2+\frac{4}{n^2}\right)}=\frac{1-\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}}{2+\frac{4}{n^2}}$

On a $\lim\limits_{n\to+\infty} 1-\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}=1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 2+\frac{4}{n^2}=2$

Donc par quotient $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\frac{1}{2}$

3) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $-1\leqslant\cos(n)\leqslant 1 \Rightarrow -5\leqslant 5\cos(n)\leqslant 5 \Rightarrow -\frac{5}{n^2}\leqslant u_n\leqslant\frac{5}{n^2}$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty} -\frac{5}{n^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5}{n^2}=0$

Donc, d'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$

4) $\forall n \in \mathbb{N}$, $-1\leqslant(-1)^n \Rightarrow -5\leqslant 5(-1)^n \Rightarrow -5+n^2\leqslant 5(-1)^n+n^2$

On a $\lim\limits_{n\to+\infty} -5+n^2=+\infty$

Donc d'après les théorèmes de comparaison en l'infini, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$

5) (u_n) est la somme de deux suites géométriques de raisons comprises entre -1 et 1 et qui tendent donc vers 0.

Par somme $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$