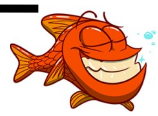
Tcomp **Pique-nique n ° 2**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

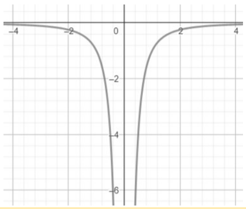
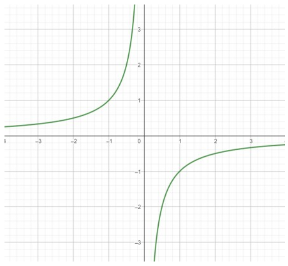
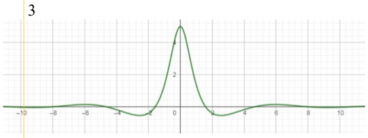
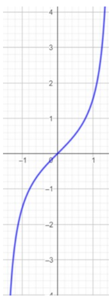
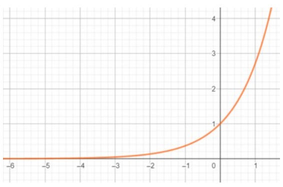
Barème :	**Nom :**
1) 10 pts **2)** 4 pts 3 **)** 6 pts	

Répondre sur cette feuille



Ex 1 :

1) On a représenté ci-dessous 5 fonctions . Pour chacune d'elle, la représentation graphique se poursuit de la même façon en dehors de la capture d'écran proposée. Conjecturer graphiquement toutes les limites possibles en entourant les bonnes réponses.

	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=+\infty$	$\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)=+\infty$	$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)=-\infty$
1 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
4 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

2) Pour chacune des courbes, indiquer les éventuelles asymptotes . (écrire « aucune » le cas échéant)

Courbe 1	**Courbe 2**	**Courbe 3**	**Courbe 4**	**Courbe 5**

Ex 2 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{5x^2-x}{3x^2+1}$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) Déterminer en justifiant $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et donner sans démonstration $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3) Que peut-on en déduire pour C_f la courbe représentative de f ?

Ex 3 : On donne le tableau de variation d'une fonction f continue sur chacun des intervalles où elle est définie.

1) Déterminer et donner les équations des asymptotes à C_f, courbe représentative de f.

x	$-\infty$		-5		-2		$+\infty$
f	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-5

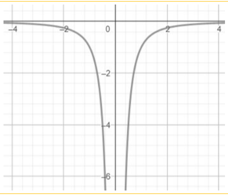
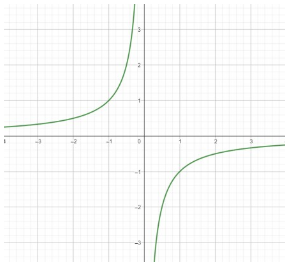
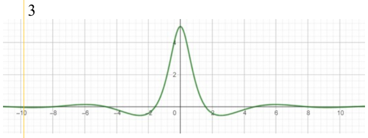
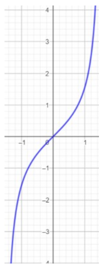
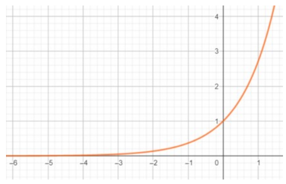
2) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-\infty;-2[$? (Justifier)

3) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-2;+\infty[$? (Justifier)

4) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Correction :

Ex 1 : On a représenté ci-dessous 5 fonctions . Pour chacune d'elle, la représentation graphique se poursuit de la même façon en dehors de la capture d'écran proposée. Conjecturer graphiquement toutes les limites possibles en entourant les bonnes réponses.

	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to0+} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to0+} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to0-} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to0-} f(x)=-\infty$
1 	A	B						H		I
2 	A	B						H	I	
3 	A	B								
4 			C			F				
5 		B	C							

2) Pour chacune des courbes, indiquer les éventuelles asymptotes . (écrire « aucune » le cas échéant)

Courbe 1	Courbe 2	Courbe 3	Courbe 4	Courbe 5
L'axe des abscisses en + ∞ et en - ∞ L'axe des ordonnées	L'axe des abscisses en + ∞ et en - ∞ L'axe des ordonnées	L'axe des abscisses en + ∞ et en - ∞	aucune	L'axe des abscisses en - ∞

Ex 2 :

1) f est définie sur $\mathbb{R}$

2) Pour tout réel x non nul, on a $f(x)=\dfrac{x^2\left(5-\dfrac{1}{x}\right)}{x^2\left(3+\dfrac{1}{x^2}\right)}=\dfrac{5-\dfrac{1}{x}}{3+\dfrac{1}{x^2}}$

On a $\lim\limits_{x\to+\infty} 5-\dfrac{1}{x}=5$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 3+\dfrac{1}{x^2}=3$

Donc par quotient $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{5}{3}$

Le résultat est identique en $-\infty$

3) La droite d'équation $y=\dfrac{5}{3}$ est asymptote horizontale à C_f en $+\infty$ et en $-\infty$

Ex 3 :

1) La droite d'équation $x=-2$ est asymptote verticale à C_f
La droite d'équation $y=-5$ est asymptote horizontale à C_f en + ∞ .

2) Sur $]-\infty;-2[$, f admet pour minimum 5, donc l'équation $f(x)=0$ n'admet pas de solution.

3) f est continue et strictement décroissante sur $]-2;+\infty[$.
$\lim\limits_{x\to-2+} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-5$
Comme $0\in\left]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x);\lim\limits_{x\to-1+} f(x)\right[$, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur $]-2;+\infty[$.

4)

- f s'annule en α
- f est strictement positive sur $]-\infty;-2[$ et sur $]-2;\alpha[$
- f est strictement négative sur $]\alpha;+\infty[$