

**Tcomp Devoir Surveillé n ° 4**

- Durée 45 min
- Calculatrices autorisées

**Ex 1** : 10 pts **Ex 2** : 10 pts**Nom** :**Commentaires** : Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées . Soyez propre et clair . Bon courage ...**Ex 1 :**

Dans un étang, il y a 100 poissons : 90 carpes et 10 brochets.

Elsa souhaite pêcher un brochet de sorte que si elle pêche une carpe, elle la remet à l'eau et continue à pêcher jusqu'à obtenir un brochet.

On appelle  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de prises réalisées par Elsa pour avoir un brochet.

On note  $B$  l'événement « Obtenir un brochet »

1 ) Déterminer (en justifiant) la loi suivie par  $X$  et en donner le(s) paramètre(s).

2 ) Représenter la situation avec un arbre pour les 3 premières répétitions.

3 ) Quelle est la probabilité qu'elle doive prendre exactement 5 poissons pour obtenir un brochet ?

4 ) Déterminer  $P(X \geq 10)$ .

5 ) Elsa peu chanceuse a pêché de manière consécutive 50 carpes ...

Quelle est la probabilité qu'elle ait encore besoin de pêcher au moins 6 fois pour obtenir un brochet ?

6 ) Calculer  $E(X)$  et l'interpréter dans les termes de l'énoncé.

**Ex 2 :**

Un QCM est composé de 10 questions indépendantes.  
Pour chaque question, cinq réponses sont proposées et une seule de ces cinq réponses est juste.  
Un élève répond au hasard aux 10 questions de ce QCM.  
On appelle  $N$  le nombre de réponses justes qu'il obtient.

1 ) Déterminer (en justifiant) la loi suivie par  $N$  et en donner le(s) paramètre(s).

2 ) Calculer  $P(N=10)$  et  $P(N \geq 5)$  à  $10^{-4}$  près.

3 ) Le QCM est noté +2 pour une bonne réponse et 0 pour une mauvaise réponse ?

Toute la classe répond au hasard . Que peut-on dire de la moyenne de la classe ?

4 ) Quelle est la probabilité qu'un élève ait au-dessus de la moyenne ?

5 ) Dans la classe TCOMP11-12 comportant 20 champions des probabilités n'ayant rien révisé pour le devoir et répondant tous au hasard, qu'elle est la probabilité que 3 élèves aient au-dessus de la moyenne ?

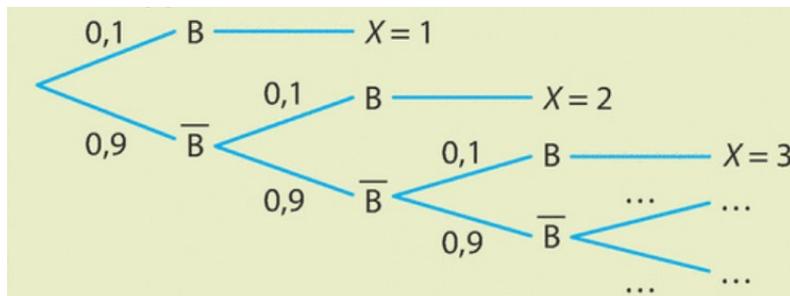
Aide : Utiliser  $Y$  la variable aléatoire comptant le nombre d'élèves ayant au-dessus de la moyenne et montrer qu'elle suit une loi binomiale.

**Correction :**

1) On reconnaît un schéma de Bernoulli consistant en la répétition de manière indépendante de l'épreuve de Bernoulli de succès de probabilité  $\frac{10}{100}=0,1$

X suit la loi géométrique de paramètre 0,1.

2)



3)  $P(X=5)=(1-0,1)^{5-1} \times 0,1 \approx 0,07$

4)  $P(X \geq 10) = P(X > 9) = (1-0,1)^9 = 0,9^9 \approx 0,39$

5) On applique la propriété de « loi sans mémoire ». Attention, pour des entiers au moins 6, revient à dire strictement plus que 5.

$$P_{X>50}(X>50+5) = P(X>5) = (1-0,1)^5 = 0,9^5 \approx 0,59$$

6)  $E(X) = \frac{1}{0,1} = 10$

En moyenne sur un grand nombre de partie de pêche, il faudra à Elsa 10 prises pour avoir un brochet.

**Ex 2 :**

1) On reconnaît un schéma de Bernoulli consistant en la répétition 10 fois de manière indépendante de l'épreuve de Bernoulli de succès de probabilité  $\frac{1}{5}=0,2$ .

N suit la loi binomiale de paramètres 10 et 0,2.

2)  $P(N=10) = 0,2^{10} \approx 0$  et  $P(N \geq 5) \approx 0,0328$

3)  $E(N) = 10 \times 0,2 = 2$

La classe en répondant au hasard peut espérer avoir deux réponses justes par élève, ce qui correspond à une moyenne de 4.

4)  $P(N \geq 5) \approx 0,0328$

5) On reconnaît un schéma de Bernoulli consistant en la répétition 20 fois de manière indépendante de l'épreuve de Bernoulli de succès de probabilité  $P(N \geq 5) \approx 0,0328$ .

On note Y la variable aléatoire comptant le nombre d'élèves ayant au-dessus de la moyenne.

Y suit la loi binomiale de paramètres 20 et 0,0328.

La probabilité que 3 élèves aient au-dessus de la moyenne est :  $P(N \geq 5) \approx 0,0265$