

- Durée 1h
- Calculatrices de lycée autorisées



Barème : 1) 5 pts 2) 5 pts 3) 10 pts	Nom :
---	--------------

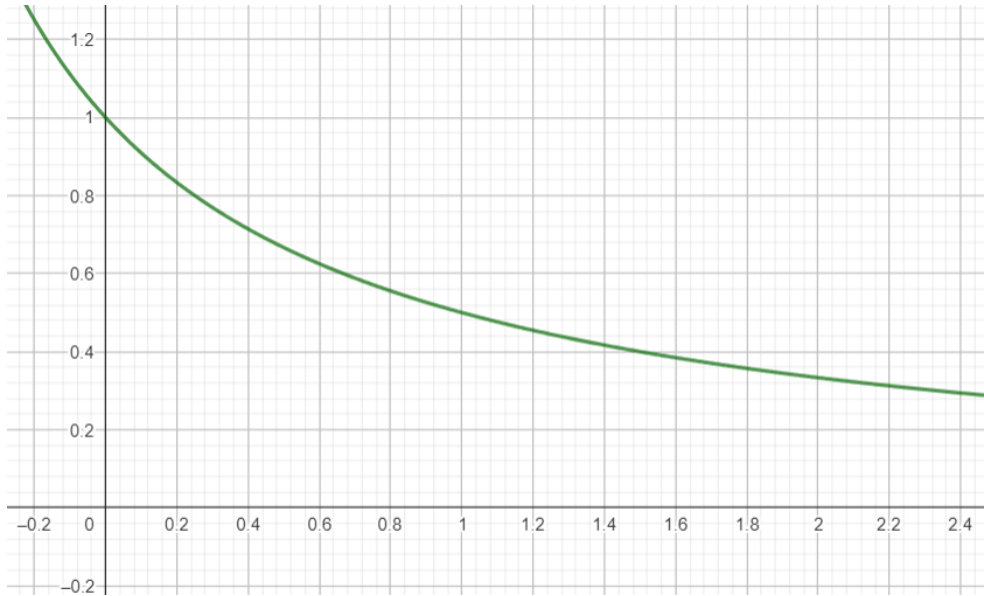
Ex 1 : Pour chacune des suites ci-dessous, cocher les bonnes réponses.

La suite (u_n) est :	géométrique	arithmétique	croissante	décroissante	Non monotone
1) $u_n = 2n + 3$					
2) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$					
3) $u_n = (-1)^n$					
4) $u_n = n^2$					
5) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$					

Ex 2 : On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{u_n + 0,5}$.

On a représenté ci-dessous la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{1+x}$.

Représenter les quatre premiers termes de la suite sur les axes, puis conjecturer le comportement de la suite (variations et limites éventuelles).



Ex 3 : Étudier dans chaque cas la convergence de la suite (u_n) .

1) $u_n = \frac{-n^5}{5} + \frac{n^2}{4} - e$

2) $u_n = \frac{n^2 - 3n + 1}{2n^2 + 4}$

3) $u_n = \frac{5 \cos(n)}{n^2}$

4) $u_n = 5(-1)^n + n^2$

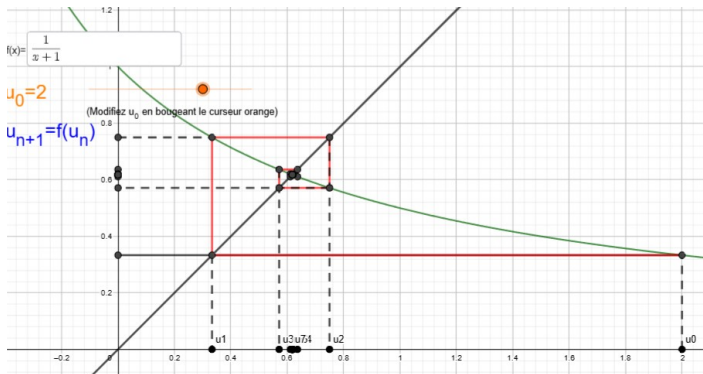
5) $u_n = \left(-\frac{8}{9}\right)^n + \left(\frac{17}{18}\right)^n$

Correction :

Ex 1 :

La suite (u_n) est :	géométrique	arithmétique	croissante	décroissante	Non monotone
1) $u_n = 2n + 3$		x	x		
2) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$	x		x		
3) $u_n = (-1)^n$	x				x
4) $u_n = n^2$			x		
5) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$		x		x	

Ex 2 : fiche exercice



La suite n'est ni croissante, ni décroissante.

La suite semble tendre vers l'abscisse du point d'intersection de la courbe représentant la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x+0,5}$ et la droite d'équation $y=x$.

Ex 3 :

1) $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = n^5 \left(\frac{-1}{5} + \frac{1}{4n^3} - \frac{e}{n^5} \right)$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^5 = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{5} + \frac{1}{4n^3} - \frac{e}{n^5} \right) = \frac{-1}{5}$ (par somme)

Par produit, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

2) $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{n^2 - 3n + 1}{2n^2 + 4} = \frac{n^2 \left(1 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 + \frac{4}{n^2} \right)} = \frac{1 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 + \frac{4}{n^2}}$

On a $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} = 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{4}{n^2} = 2$

Donc par quotient $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{2}$

3) $\forall n \in \mathbb{N}^*, -1 \leq \cos(n) \leq 1 \Rightarrow -5 \leq 5\cos(n) \leq 5 \Rightarrow -\frac{5}{n^2} \leq u_n \leq \frac{5}{n^2}$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} -\frac{5}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5}{n^2} = 0$

Donc, d'après le théorème des gendarmes, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

4) $\forall n \in \mathbb{N}, -1 \leq (-1)^n \Rightarrow -5 \leq 5(-1)^n \Rightarrow -5 + n^2 \leq 5(-1)^n + n^2$

On a $\lim_{n \rightarrow +\infty} -5 + n^2 = +\infty$

Donc d'après les théorèmes de comparaison en l'infini, on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$

5) (u_n) est la somme de deux suites géométriques de raisons comprises entre -1 et 1 et qui tendent donc vers 0.

Par somme $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$