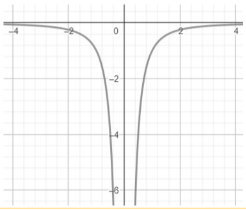
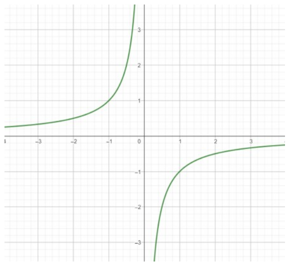
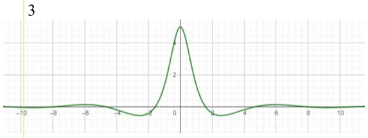
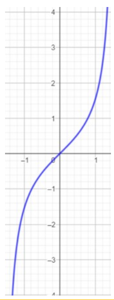
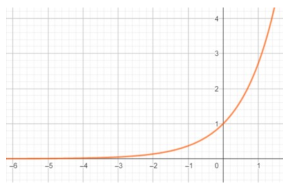
Tcomp **Devoir n ° 2**

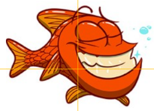
- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème : 1) 10 pts **2)** 4 pts 3 **)** 6 pts	**Nom :**

Répondre sur cette feuille

Ex 1 : **1)** On a représenté ci-dessous 5 fonctions . Pour chacune d'elle, la représentation graphique se poursuit de la même façon en dehors de la capture d'écran proposée. Conjecturer graphiquement toutes les limites possibles en entourant les bonnes réponses.

	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to0+} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to0+} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to0-} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to0-} f(x)=-\infty$
1 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
2 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
3 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
4 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5 	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J



2) Pour chacune des courbes, indiquer les éventuelles asymptotes . (écrire « aucune » le cas échéant)

Courbe 1	**Courbe 2**	**Courbe 3**	**Courbe 4**	**Courbe 5**

Ex 2 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{-6x^2-x}{3x^2-9}$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) Déterminer en justifiant $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et donner sans démonstration $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

3) Que peut-on en déduire pour C_f la courbe représentative de f ?

<u>Ex 3 :</u> On donne le tableau de variation d'une fonction f continue sur chacun des intervalles où elle est définie.

1) Déterminer et donner les équations des asymptotes à C_f, courbe représentative de f.

x	$-\infty$		-5		-4		$+\infty$
f	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-2

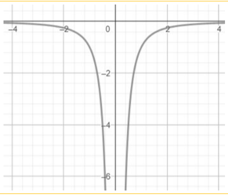
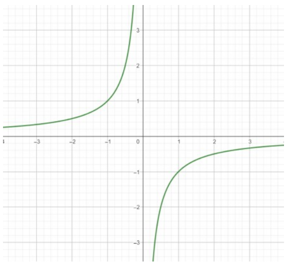
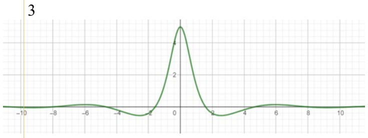
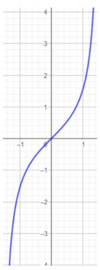
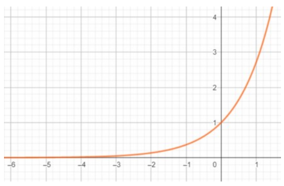
2) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-\infty;-4[$? (Justifier)

3) Combien l'équation $f(x)=0$ admet-elle de solutions sur $]-4;+\infty[$? (Justifier)

4) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Correction :

Ex 1 : On a représenté ci-dessous 5 fonctions . Pour chacune d'elle, la représentation graphique se poursuit de la même façon en dehors de la capture d'écran proposée. Conjecturer graphiquement toutes les limites possibles en entourant les bonnes réponses.

	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to0+} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to0+} f(x)=-\infty$	$\lim_{x\to0-} f(x)=+\infty$	$\lim_{x\to0-} f(x)=-\infty$
1 	A	B						H		I
2 	A	B						H	I	
3 	A	B								
4 			C			F				
5 		B	C							

2) Pour chacune des courbes, indiquer les éventuelles asymptotes . (écrire « aucune » le cas échéant)

Courbe 1	Courbe 2	Courbe 3	Courbe 4	Courbe 5
L'axe des abscisses en + ∞ et en - ∞ L'axe des ordonnées	L'axe des abscisses en + ∞ et en - ∞ L'axe des ordonnées	L'axe des abscisses en + ∞ et en - ∞	aucune	L'axe des abscisses en - ∞

Ex 2 :

1) $3x^2-9=0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2=3 \quad \Leftrightarrow \quad x=\sqrt{3}$ ou $x=-\sqrt{3}$

Ainsi f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3};\sqrt{3}\}$

2) Pour tout réel x non nul, on a $f(x)=\dfrac{x^2\left(-6-\dfrac{1}{x}\right)}{x^2\left(3-\dfrac{9}{x^2}\right)}=\dfrac{-6-\dfrac{1}{x}}{3-\dfrac{9}{x^2}}$

On a $\lim\limits_{x\to+\infty} -6-\dfrac{1}{x}=-6$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 3-\dfrac{9}{x^2}=3$

Donc par quotient $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{-6}{3} \quad =-2$

Le résultat est identique en $-\infty$

3) La droite d'équation $y=-2$ est asymptote horizontale à C_f en $+\infty$ et en $-\infty$

Ex 3 :

1) La droite d'équation $x=-4$ est asymptote verticale à C_f
La droite d'équation $y=-2$ est asymptote horizontale à C_f en + ∞ .

2) Sur $]-\infty;-4[$, f admet pour maximum - 3, donc l'équation $f(x)=0$ n'admet pas de solution.

3) f est continue et strictement décroissante sur $]-4;+\infty[$.
$\lim\limits_{x\to-4+} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2$

Comme $0\in\left]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x);\lim\limits_{x\to-4+} f(x)\right[$, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α sur $]-4;+\infty[$.

4)

- f s'annule en α
- f est strictement négative sur $]-\infty;-4[$ et sur $]\alpha;+\infty[$
- f est strictement positive sur $]-4;\alpha[$