

Suites arithmétiques :

Définition par récurrence :

On dit qu'une suite (u_n) est une **suite arithmétique**, s'il existe un réel r tel que pour tout entier naturel n , on ait $u_{n+1} = u_n + r$.

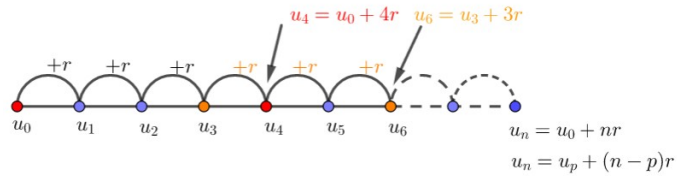
Le réel r est appelé **raison** de la suite (u_n) . (r peut être positif ou négatif)

Dans la pratique on calcule $u_{n+1} - u_n$.

Définition par une formule explicite :

Pour tout entier naturel n , on a : $u_n = u_0 + nr$

Pour tous entiers naturels p et n , on a : $u_n = u_p + (n - p)r$



Monotonie :

- Si $r > 0$, alors la suite (u_n) est strictement croissante.
- Si $r < 0$, alors la suite (u_n) est strictement décroissante.
- Si $r = 0$, alors la suite (u_n) est constante.

Limites :

- Si $r > 0$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- Si $r < 0$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

Sommes des termes consécutifs :

Le nombre de termes de la somme $u_p + u_{p+1} + \dots + u_q$ (p, q entiers naturels tels que $p \leq q$) est $q - p + 1$

S = nombre de termes $\times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$ **exemple important :** $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$

Suites géométriques :

Définition par récurrence :

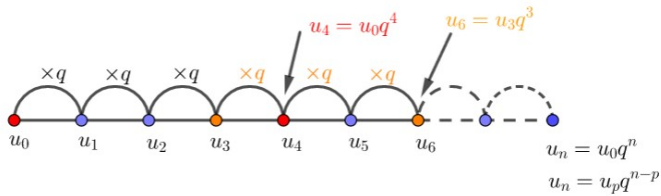
On dit qu'une suite (u_n) est une **suite géométrique**, s'il existe un réel q tel que pour tout entier naturel n , on ait $u_{n+1} = qu_n$.

Le réel q est appelé **raison** de la suite (u_n) . (q peut-être positif ou négatif)

Définition par une formule explicite :

Pour tout entier naturel n , on a : $u_n = u_0 q^n$

Pour tous entiers naturels p et n , on a : $u_n = u_p \times q^{n-p}$



Monotonie :

Il suffit d'étudier le signe de $u_{n+1} - u_n = u_0 \times q^{n+1} - u_0 q^n = u_0 \times (q^{n+1} - q^n) = q^n \times u_0 \times (q - 1)$

en comparant u_0 à 0 et q à 1.

Par exemple, si $q > 1$ et $u_0 < 0$, alors la suite (u_n) est strictement décroissante.

Limites :

- Si $-1 < q < 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$
- Si $q = 1$, alors pour tout n , $q^n = 1$ et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$
- Si $q > 1$, alors la suite (q^n) est divergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$
- Si $q \leq -1$, alors la suite (q^n) est divergente

Sommes des termes consécutifs :

S = premier terme $\times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$ **exemple important :** $\sum_{i=0}^n q^i = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$