

**Suites arithmétiques :**

**Définition par récurrence :**

On dit qu'une suite  $(u_n)$  est une **suite arithmétique**, s'il existe un réel  $r$  tel que pour tout entier naturel  $n$ , on ait  $u_{n+1} = u_n + r$ .

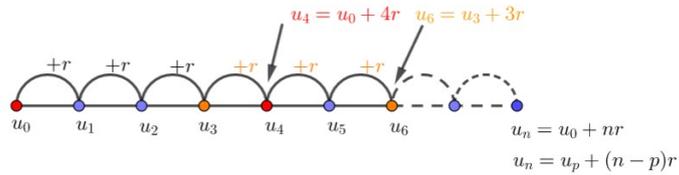
Le réel  $r$  est appelé **raison** de la suite  $(u_n)$ . ( $r$  peut être positif ou négatif)

Dans la pratique on calcule  $u_{n+1} - u_n$ .

**Définition par une formule explicite :**

Pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = u_0 + nr$

Pour tous entiers naturels  $p$  et  $n$ , on a :  $u_n = u_p + (n - p)r$



**Monotonie :**

- Si  $r > 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est strictement croissante.
- Si  $r < 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est strictement décroissante.
- Si  $r = 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est constante.

**Limites :**

- Si  $r > 0$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
- Si  $r < 0$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$

**Sommes des termes consécutifs :**

**Le nombre de termes** de la somme  $u_p + u_{p+1} + \dots + u_q$  ( $p, q$  entiers naturels tels que  $p \leq q$ ) est  $q - p + 1$

S = nombre de termes  $\times \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$     **exemple important :**  $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$

**Suites géométriques :**

**Définition par récurrence :**

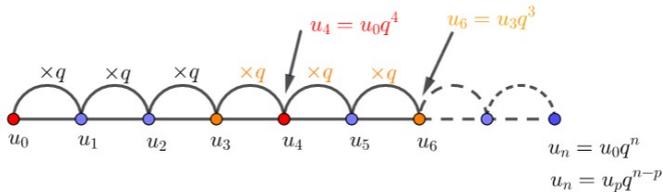
On dit qu'une suite  $(u_n)$  est une **suite géométrique**, s'il existe un réel  $q$  tel que pour tout entier naturel  $n$ , on ait  $u_{n+1} = qu_n$ .

Le réel  $q$  est appelé **raison** de la suite  $(u_n)$ . ( $q$  peut-être positif ou négatif)

**Définition par une formule explicite :**

Pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = u_0 q^n$

Pour tous entiers naturels  $p$  et  $n$ , on a :  $u_n = u_p \times q^{n-p}$



**Monotonie :**

Il suffit d'étudier le signe de  $u_{n+1} - u_n = u_0 \times q^{n+1} - u_0 q^n = u_0 \times (q^{n+1} - q^n) = q^n \times u_0 \times (q - 1)$

en comparant  $u_0$  à 0 et  $q$  à 1.

Par exemple, si  $q > 1$  et  $u_0 < 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est strictement décroissante.

**Limites :**

- Si  $-1 < q < 1$ , alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$
- Si  $q = 1$ , alors pour tout  $n$ ,  $q^n = 1$  et donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$
- Si  $q > 1$ , alors la suite  $(q^n)$  est divergente et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$
- Si  $q \leq -1$ , alors la suite  $(q^n)$  est divergente

**Sommes des termes consécutifs :**

S = premier terme  $\times \frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q}$     **exemple important :**  $\sum_{i=0}^n q^i = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$