

Rappels de seconde :

A, B et C représentent des événements d'un univers Ω lié à une expérience aléatoire.

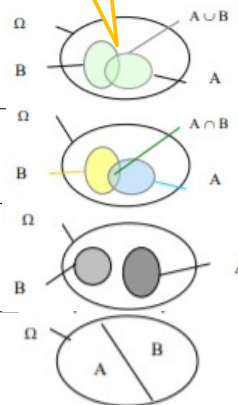
Attention :

Le « ou mathématique » est inclusif .

L'ensemble de toutes les éventualités d'une expérience aléatoire est appelé **univers** . En général, on le note Ω . On appelle **événement** toute partie de l'univers .

VOCABULAIRE ET NOTATION	SIGNIFICATION
Cardinal de A : $\text{card}(A)$	nombre d'éventualités qui composent A
Événement élémentaire	événement réduit à une seule éventualité
Événement impossible : $A = \emptyset$	événement qui ne se réalise jamais
Événement certain : $A = \Omega$	événement qui se réalise toujours
C est la réunion de A et de B : $C = A \cup B$ (on dit A ou B)	C'est l'ensemble des éventualités réalisant A ou B
C est l' intersection de A et de B : $C = A \cap B$ (on dit A et B)	C'est l'ensemble des éventualités réalisant A et B en même temps.
A et B sont disjoints ou incompatibles	A et B ne peuvent pas se réaliser en même temps ; $A \cap B = \emptyset$
A et B sont contraires ou complémentaires . $B = \bar{A}$	$A \cap B = \emptyset$ et $A \cup B = \Omega$ $\bar{A}$ est l'événement constitué par les éventualités de l'univers qui ne réalisent pas A .

A ou B signifie :
- exclusivement A
- ou exclusivement B
- ou A et B



Définition :

On note $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ l'ensemble des éventualités d'une expérience aléatoire.

Définir une **loi de probabilité** sur Ω , c'est associer à chaque résultat ω_i un nombre $p_i \geq 0$ de telle façon que :

- $\sum_{i=1}^n p_i = p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$
- La probabilité $P(A)$ d'un événement A est la somme des probabilités p_i des éventualités qui constituent A.

Formules :

Soit A et B deux événements de Ω , alors :

- $P(\Omega) = 1$
- $P(\emptyset) = 0$
- Si $A \subset B$, alors $P(A) \leq P(B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Si A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Équiprobabilité :

Lorsque tous les événements élémentaires d'un univers ont la même probabilité, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Dans ce cas, si l'univers Ω est composé de n éventualités, on a : $p_i = \frac{1}{\text{card}(\Omega)}$
On a alors, pour tout événement A : $P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$

$$P(A) = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

Loi des grands nombres :

Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de la loi de probabilité quand n devient grand.

Probabilité conditionnelle :

Soit A et B deux événements tels que $P(B) \neq 0$.

On appelle « **probabilité conditionnelle de A par rapport à B** » ou « **probabilité de A sachant B** » le réel, noté : $P_B(A)$:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$0 \leq P_B(A) \leq 1$$

$$P_B(\bar{A}) = 1 - P_B(A)$$

En général, $P_B(A) \neq P_A(B)$

Probabilité d'une intersection :

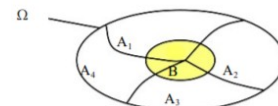
Soit A et B deux événements tels que $P(B) \neq 0$ et $P(A) \neq 0$. On a :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_B(A) \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = P(B) \times P_A(B)$$

Partition :

Dire que les événements $A_1, A_2, \dots, A_n$ réalisent une **partition** de l'univers Ω , signifie que :

- les événements $A_1, A_2, \dots, A_n$ sont deux à deux disjoints
- $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$



Formule des probabilités totales :

Dans les conditions précédentes on a : $P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B)$

$$P(B) = P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) \times P_{A_n}(B)$$

Événements indépendants :

Soit A et B deux événements de probabilités non nulles.

A et B sont dits **indépendants** s'ils vérifient l'une des trois conditions équivalentes suivantes :

- $P_B(A) = P(A)$
- $P_A(B) = P(B)$
- $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Propriété :

Si A et B sont deux événements indépendants, alors il en est de même pour $\bar{A}$ et B.

Succession de deux épreuves indépendantes :

Lorsque deux expériences aléatoires se succèdent et que les résultats de la première expérience n'influent pas les résultats de la seconde, on dit qu'il s'agit d'une **succession de deux épreuves indépendantes**.

Lorsque deux épreuves sont indépendantes, la probabilité d'un couple de résultats est égale au **produit des probabilités de chacun d'eux**.

Bernoulli :

On appelle **épreuve de Bernoulli** une épreuve ayant deux éventualités :

l'éventualité S avec la probabilité p et l'éventualité $\bar{S}$ avec la probabilité $1 - p$.

Un **schéma de Bernoulli**, est la répétition n fois, de manière identique et indépendante, d'une épreuve de Bernoulli.

La probabilité d'un chemin est le **produit** des probabilités des branches le constituant.

