

**Nombre dérivé :**

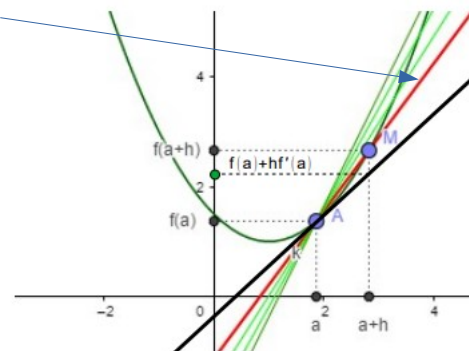
Le nombre dérivé est noté  $f'(a)$ , et on a :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ (si la limite existe, on dit alors que } f \text{ est dérivable en } a \text{)}$$

**Interprétation géométrique :**

Le coefficient directeur de la droite  $(AM)$  est :  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

La tangente à  $C_f$  au point  $A$  se conçoit comme la droite « position limite » des sécantes  $(AM)$  lorsque  $M$  tend vers  $A$  en restant sur la courbe. ( $h$  tend vers 0)  
Si  $f$  est dérivable en  $a$ , la « position limite » de ces sécantes a pour coefficient directeur  $f'(a)$ , et passe par  $A$ .



**Équation de la tangente :**  
au point  $A(a; f(a))$

$$y = f'(a)(x - a) + f(a) \text{ (Si } f \text{ est dérivable en } a \text{)}$$

**Approximation de  $f(a+h)$  :**

Pour  $h$  proche de zéro, on a  $f(a+h) \approx f(a) + hf'(a)$

**Cas particuliers:**

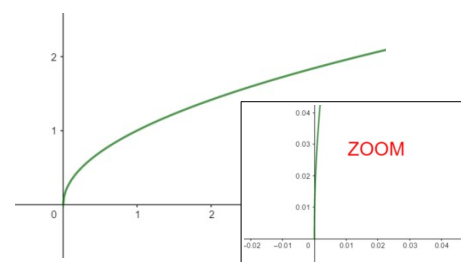
• Si  $f'(a) = 0$ ,  $C_f$  admet au point d'abscisse  $a$  une tangente horizontale d'équation  $y = f(a)$ .

**Fonction non dérivable :**

• Si  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = +\infty$  (ou  $-\infty$ ),  $f$  n'est pas dérivable en  $a$

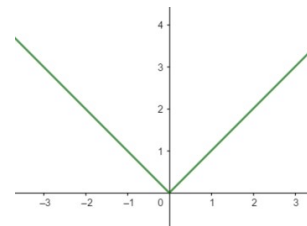
$C_f$  admet une tangente verticale d'équation  $x = a$ .

**Exemple classique de la fonction racine carrée en 0**  
la droite d'équation  $x=0$  est tangente verticale à la courbe à l'origine du repère.



• Si  $C_f$  admet une pointe au point d'abscisse  $a$  alors la fonction n'est pas dérivable en  $a$ .

**Exemple classique de la fonction valeur absolue en 0**



**Formules :**

On dit qu'une fonction  $f$  est dérivable sur un intervalle  $I$  si pour tout  $x$  appartenant à  $I$ , le nombre dérivé de  $f$  en  $x$  existe.

Fonction $f$	Fonction dérivée $f'$	Ensemble de dérivabilité
$f : x \mapsto k \ (k \in \mathbb{R})$	$f' : x \mapsto 0$	$\mathbb{R}$
$f : x \mapsto x$	$f' : x \mapsto 1$	$\mathbb{R}$
$f : x \mapsto \sqrt{x}$	$f' : x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0 ; +\infty[$
$f : x \mapsto x^n \ (n \in \mathbb{N}^*)$	$f' : x \mapsto n x^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f : x \mapsto \frac{1}{x}$	$f' : x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$f : x \mapsto \frac{1}{x^n} \ (n \in \mathbb{N}^*)$	$f' : x \mapsto -\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$

**Opérations sur les fonctions dérivables :**

Soit  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur  $D$  et  $k$  un réel, alors :

• Les fonctions  $k \cdot u$ ,  $u + v$  et  $u \cdot v$  sont dérivables sur  $D$  et :

$$(k \cdot u)' = k \cdot u' \quad , \quad (u + v)' = u' + v' \quad \text{et} \quad (u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

• Si pour tout réel  $a$  de  $D$ ,  $v(a) \neq 0$ , les fonctions  $\frac{1}{v}$  et  $\frac{u}{v}$  sont dérivables sur  $D$  et :

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2} \quad , \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$$

**Composée avec une fonction affine :**

Soit  $a$  et  $b$  deux réels et  $g$  une fonction dérivable sur un intervalle  $I$ .

Pour tout réel  $x$ , tel que  $ax + b \in I$ , la fonction  $f$  définie par  $f(x) = g(ax + b)$  est dérivable, et on a :

$$f'(x) = ag'(ax + b) \quad (\text{hors programme, mais intéressant})$$