

Parité d'une fonction :

Dans un repère orthogonal, la courbe représentative d'une fonction paire admet l'axe des ordonnées pour axe de symétrie.

Dans un repère, la courbe représentative d'une fonction impaire admet l'origine du repère pour centre de symétrie.

On dit qu'un ensemble I est **centré en zéro** si pour tout élément x de I , $-x$ est aussi dans I .

Soit f une fonction définie sur un ensemble I centré en zéro. On dit que f est :

- **paire** si, pour tout réel x de I , $f(-x) = f(x)$
- **impaire** si, pour tout réel x de I , $f(-x) = -f(x)$.

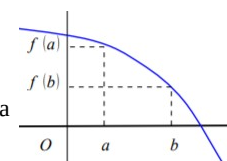
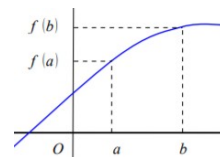
Rappel important :

Sens de variation d'une fonction :

On oublie souvent de préciser **strictement**, mais il ne faut pas oublier qu'une fonction strictement croissante est croissante. Ce n'est donc pas faux.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . On dit que f est :

- **croissante** sur I , lorsque pour tous réels a et b de I , tels que $a < b$, on a $f(a) \leq f(b)$.
- **strictement croissante** sur I , lorsque pour tous réels a et b de I , tels que $a < b$, on a $f(a) < f(b)$. **Le sens de l'inégalité est conservé**
- **décroissante** sur I , lorsque pour tous réels a et b de I , tels que $a < b$, on a $f(a) \geq f(b)$.
- **strictement décroissante** sur I , lorsque pour tous réels a et b de I , tels que $a < b$, on a $f(a) > f(b)$. **Le sens de l'inégalité change**



Du sens de variation au signe de la dérivée :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I .

- Si f est croissante sur I , alors pour tout x de I , $f'(x) \geq 0$.
- Si f est décroissante sur I , alors pour tout x de I , $f'(x) \leq 0$.
- Si f est constante sur I , alors pour tout x de I , $f'(x) = 0$

Du signe de la dérivée au sens de variation :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I .

- Si pour tout x de I , $f'(x) \geq 0$, alors f est croissante sur I .
- Si pour tout x de I , $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante sur I .
- Si pour tout x de I , $f'(x) = 0$, alors f est constante sur I .

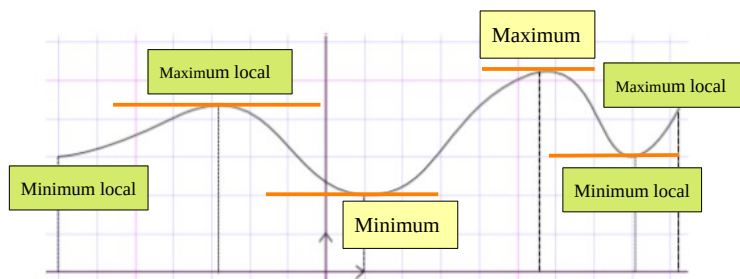
Fonction STRICTEMENT croissante ou décroissante :

Si la dérivée f' est **strictement positive** sur I , **sauf peut-être en un nombre fini de réels où elle s'annule**, alors f est **strictement croissante** sur I .

Si la dérivée f' est **strictement négative** sur I , **sauf peut-être en un nombre fini de réels où elle s'annule**, alors f est **strictement décroissante** sur I .

Extremum :

- f admet **un minimum** sur I en x_m , si pour tout réel x de I , $f(x_m) \leq f(x)$
- f admet **un maximum** sur I en x_M , si pour tout réel x de I , $f(x_M) \geq f(x)$



Lien avec la dérivation :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle **ouvert** I (attention donc aux extrémités) et c un réel de I . Si f admet un extremum local en c , alors $f'(c) = 0$.

Et réciproquement :

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I et c un réel de I . Si la dérivée f' **s'annule** en c en **changeant de signe**, alors $f(c)$ est un extremum local de f sur I .

Pour fixer les idées :

- On choisit les extremums éventuels de f parmi les réels c vérifiant :
- c est une borne de I ,
 - c est un réel où f n'est pas dérivable,
 - c est un réel où f est dérivable et tel que $f'(c) = 0$