Affirmations et contre-exemples

Ex 1 : *Triangle inscrit dans un cercle*

1) Tracer un cercle *C* et placer trois points A, B, D sur ce cercle. Le triangle est-il rectangle ?

2) Peut-on dire que si trois points A, B, D sont sur un cercle, alors le triangle ABD rectangle ?

Ex 2 : *Hauteur*

1) Tracer un triangle ABC et la hauteur issue de C. Cette hauteur coupe le côté (AB) en D. Le point D est-il le milieu de [AB] ?

2) Peut-on dire que dans un triangle, une hauteur coupe le côté opposé en son milieu ?

Ex 3 : *Rectangle*

1) Tracer deux segments [AC] et [BD] qui se coupent et qui soient de même longueur. Tracer le quadrilatère ABCD. Ce quadrilatère est-il un rectangle ?

2) Peut-on dire que si les diagonales d'un quadrilatère sont de même longueur, alors ce quadrilatère est un rectangle ?

Ex 4 : *Losange*

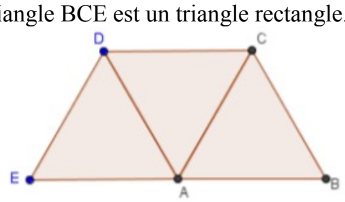
1) Tracer deux segments [AC] et [BD] qui se coupent et qui soient perpendiculaires. Tracer le quadrilatère ABCD. Ce quadrilatère est-il un losange ?

2) Peut-on dire que si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, alors ce quadrilatère est un losange ?

Triangles, quadrilatères et cercles

Ex 5 : Triangle inscrit dans un cercle

ABC , ACD et ADE sont trois triangles équilatéraux disposés comme sur la figure ci-dessous :
Démontrer que le triangle BCE est un triangle rectangle.



Ex 6 : *Médianes*

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points E et I sont les milieux respectifs des segments [AD] et [AB].
Les droites (AC) et (BE) se coupent en L.
Démontrer que les points D, L et I sont alignés.

Ex 7 : *Droites perpendiculaires*

C et *C '* sont deux cercles de même rayon et de centres respectifs O et O'.
Ces deux cercles sont sécants en deux points A et B.
Démontrer que les droites (OO') et (AB) sont perpendiculaires.

Ex 8 : *Triangle inscrit dans un cercle*

ABC est un triangle isocèle en A. D est le symétrique de B par rapport à A.
Démontrer que le triangle BCD est un triangle rectangle.

Ex 9 : *Droites perpendiculaires*

ABC est un triangle isocèle en A.
Les parallèles à (AC) passant par B et à (AB) passant par C se coupent en un point M.
Démontrer que les droites (AM) et (BC) sont perpendiculaires.

Ex 10 : *Quadrilatères*

[AB] et [CD] sont deux diamètres quelconques d'un cercle .
Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifier.

Ex 11 : *Thalès, centre de gravité*

ABCD est un parallélogramme, I est le milieu de [AB] et K est le milieu de [CD].
La droite (AK) coupe la droite (BD) en M et la droite (CI) coupe la droite (BD) en N.
1) Démontrer que BN=NM=MD .

2) Quel rôle joue le point N pour le triangle ABC ?

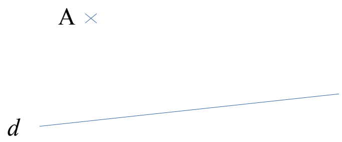
Ex 12 : *Triangles semblables*

1) Soit ABC un triangle quelconque et I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC] . Justifier que ABC et AIJ sont semblables.

2) Deux triangles rectangles isocèles sont-ils semblables ?

Ex 13 : *Cercle tangent à une droite*

Tracer un cercle tangent à *d* et passant par A.

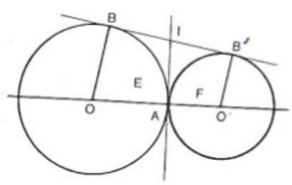


Ex 14 : *Tangente à un cercle*

Soit un carré ABCD de centre O.
1) Donner, en justifiant, deux droites tangentes au cercle *C* de centre A et passant par B.
2) Donner, en justifiant, une droite tangente au cercle *C'* de centre A et passant par O.

Ex 15 : Défi : *Cercles tangents - droite tangente à un cercle*

Sur la figure, les cercles sont tangents en A, les droites (BB') et (IA) sont tangentes aux deux cercles.



1) Montrer que I est le milieu de [BB'] et que le triangle BAB' est rectangle.

2) Démontrer que le triangle OIO' est rectangle.

3) Démontrer que le cercle de diamètre [OO'] est tangent en I à la droite (BB').

Symétrie

Ex 16 :

Tracer un triangle ABC et placer un point M sur le côté [BC]. Construire le point N symétrique du point M par rapport à (AB) et le point P symétrique du point M par rapport à (AC).

Démontrer que l'aire du pentagone APCBN reste égale au double de l'aire du triangle ABC lorsque le point M décrit le côté [BC].

Ex 17 :

Tracer un cercle *C* de centre O et une droite *d* .

1) Tracer l'axe de symétrie de cette figure.

2) Cette figure a-t-elle un centre de symétrie ? Si la réponse est non, tracer une deuxième fois la figure de telle façon qu'il y ait un centre de symétrie.

Conjecturer avec GeoGebra

Ex 18 : ***GeoGebra – angles***

ABCD est un carré. I est le point à l'intérieur du carré et L est le point à l'extérieur du carré tels que les triangles DCI et BCL soient équilatéraux.

1) **Conjecture.**

a) Avec le logiciel GeoGebra, tracer un carré ABCD de coté variable. Utiliser la fonction « Angle de mesure donnée » pour construire les points I et L.

b) Tracer la droite (AI). Faire varier le coté du carré et conjecturer une propriété sur les points A, I et L.

2) **Preuve.**

On se place dans le repère orthonormé (A;B,D) ?

a) Donner dans ce repère les coordonnées des points D, C, A et B.

b) Calculer les valeurs exactes des coordonnées des points I et L.

c) Démontrer la conjecture émise à la question 1)

Ex 19 : ***GeoGebra – quadrilatères – droite des milieux***

A, B,C et D sont quatre points distincts deux à deux. E, F, G et H sont les milieux respectifs des cotés [AB], [BC], [CD] et [DA].

1) **Expérimentation.**

a) Avec le logiciel GeoGebra, faire cette figure.

b) Déformer le quadrilatère ABCD. Conjecturer la nature du quadrilatère EFGH.

c) Semble-t-il possible de choisir ABCD de façon que le quadrilatère EFGH soit :
- Un rectangle ? - Un losange ? - Un carré ?

2) **Preuve.**

a) Démontrer que les droites (EF) et (GH) sont parallèles, puis qu'il en est de même de (HE) et (FG).

b) Conclure quand à la nature du quadrilatère EFGH.

c) Quelles propriétés doivent avoir les diagonales du quadrilatère ABCD pour que EFGH soit :
- Un rectangle ? - Un losange ? - Un carré ?

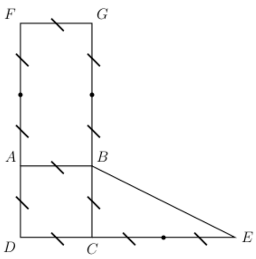
3) **Cas particuliers.**

Que sait-on pour le quadrilatère EFGH lorsque le quadrilatère ABCD est :
- Un rectangle ? - Un losange ? - Un carré ?

Utilisation d'un repère du plan (géométrie analytique)

Ex 20 :

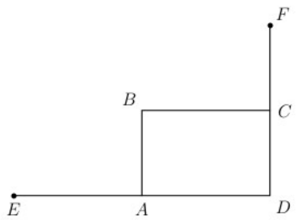
Dans le repère (D,C,A), la droite (DC) est l'axe des abscisses, la droite (DA) est l'axe des ordonnées, le segment [DC] indique l'unité sur l'axe des abscisses, le segment [DA] indique l'unité sur l'axe des ordonnées.



Dans ce repère donner les coordonnées des points A, B, C, D, E, F , G .

Ex 21 :

Dans la figure ci-dessous, ABCD est un rectangle tel que $AD=3cm$ et $AB=2cm$, le point E est le symétrique de D par rapport à A et le point F est le symétrique de D par rapport à C.



Quel est le milieu du segment [EF] ? Le démontrer.

On pourra choisir un repère, déterminer les coordonnées de E et F dans ce repère et calculer les coordonnées du milieu de [EF].

Ex 22 : ***Milieu et triangle isocèle***

ABCD est un rectangle tel que $AB=14cm$ et AD $=8cm$. Les diagonales de ce rectangle se coupent en E. Les points F et G sont les milieux respectifs des segments [AB] et [EC].

1) Tracer la figure.

2) Tracer le triangle DFG. Ce triangle est-il isocèle ? Démontrer la réponse.

Ex 23 : ***Triangle rectangle***

Dans un repère orthonormal d'origine O, on donne les points $M(3;2)$, $N(-2,-3)$ et $P(-4;3)$.

Le triangle MNP est-il rectangle ?

Ex 24 : ***Alignements de trois points***

On considère un parallélogramme ABCD de centre O, le point E symétrique de B par rapport à A, le point F symétrique de O par rapport à C et J le milieu de [BF]

1) Faire une figure.

2) En utilisant le repère (A,B,O), montrer que les points E,O et J sont alignés.

Ex 25 : ***Parallèle à une droite donnée***

On considère un rectangle OABC et le repère (O,A,C).
Déterminer l'équation de la diagonale (OB) puis de la parallèle à (OB) passant par le milieu I du segment [AB].

Ex 26 : ***Carré***

Dans un repère orthonormal d'origine O, on donne les points A(-1;-1), B(1;3) et C(5;1).

1) Placer ces points. Que peut-on conjecturer quant à la nature du triangle ABC ? Justifier la conjecture.

2) Déterminer les coordonnées du milieu K de [AC], le placer sur le dessin.

3) On note D le symétrique du point B par rapport au point K. calculer les coordonnées de ce point D.

4) Reconnaître la nature du quadrilatère ABCD. Justifier.

Ex 27 : ***Fonction affine***

Dans un repère orthonormal d'origine O, on donne les points A(3;3), B(7;4) et C(0;3)

f est la fonction affine définie par $f(x)=-\frac{5}{7}x+5$

1) a) Tracer la droite d représentant la fonction f .

b) On note E et F les points d'intersection respectifs de d avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
Retrouver ces résultats par le calcul.

2) Justifier que les droites (FC) et (BE) sont parallèles.

3) Les points F, A et E sont-ils alignés ?

Algorithmes – Programmation

Ex 28 : ***Comprendre un programme***

On considère le programme écrit en python ci-dessous :

(Faire tourner le programme)

```
from math import sqrt
xA=float(input("xA="))
yA=float(input("yA="))
d=sqrt(xA**2+yA**2)
if d<=1:
   print("oui")
else:
   print("non")
```

1) Quel est l'affichage en sortie avec A(2;1) ? Avec A(-1;0) ? Avec $A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$

2) Où doit se situer A dans le plan pour que l'affichage en sortie soit « oui »

Ex 29 :

(Faire tourner le programme)

Lire x_A , y_A , x_B , y_B , x_C , y_C

$x_I \leftarrow \frac{x_A+x_C}{2}$

$y_I \leftarrow \frac{y_A+y_C}{2}$

$x_D \leftarrow 2x_I-x_B$

$y_D \leftarrow 2y_I-y_B$

Afficher x_D , y_D

1) Faire fonctionner cet algorithme dans chacun des cas ci-dessous ; tracer un repère orthonormé et placer les points A, B, C et D.

- $A(2;-1)$, $B(3;1)$, $C(5;4)$
- $A(2;2)$, $B(-4;-19)$, $C(1;-1{,}5)$

2) Conjecturer le rôle de cet algorithme.

3) Prouver cette conjecture.

4) Traduire cet algorithme en python.

5) Tester le bon fonctionnement du programme.

Ex 30 :

Lire x_A , y_A , x_B , y_B , x_C , y_C

$D_1 \leftarrow (x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2$

$D_2 \leftarrow (x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2$

Si $D_1=D_2$ alors

Afficher ....

Finsi
Sinon

Afficher ....

FinSinon

Quel est le rôle de cet algorithme ?

On a effacé les messages à afficher dans le test «si....alors....sinon...».

Retrouver ces messages à propos du triangle ABC.